Estrategia para calcular límites

Las tres definiciones de límite de una sucesión nos han permitido demostrar con facilidad los valores de cuatro límites:

$\lim \frac{1}{n} = 0$	$\lim c = c$	$\lim n = +\infty$	$\lim (-n) = -\infty$

Sin embargo, no es una buena idea utilizar una y otra vez la definición cada vez que haya que averiguar un límite.

Se ha encontrado una estrategia mucho mejor: examinar qué relaciones hay entre las distintas partes de la expresión del término general para, junto a los cuatro límites anteriores, intentar calcular cualquier otro. Salvo en algunas ocasiones, que estudiaremos más adelante, el método funciona muy bien y con facilidad.

Ejemplo

Usando las relaciones que vamos a presentar y los límites conocidos, se puede calcular fácilmente este límite, cuya demostración sería bastante difícil:

$$\lim \left(\frac{12+\frac{3}{n}}{4-\frac{5}{n}} \right)^{2+\frac{1}{n}} = \left(\frac{\lim 12+\lim 3 \cdot \lim \frac{1}{n}}{\lim 4-\lim 5 \cdot \lim \frac{1}{n}} \right)^{\lim 2+\lim \frac{1}{n}} = \left(\frac{12+3 \cdot 0}{4-5 \cdot 0} \right)^{2+0} = 3^2 = 9$$

Límite de la suma de dos sucesiones convergentes

Si dos sucesiones son convergentes, la suma de las dos sucesiones es otra sucesión convergente y el límite de la suma es la suma de los límites.

$$\lim(a_n+b_n) = \lim(a_n)+\lim(b_n)$$

Límite del producto de dos sucesiones convergentes

Si dos sucesiones son convergentes, el producto de las dos sucesiones es otra sucesión convergente y el límite del producto es el producto los límites.

$$\lim(a_n \cdot b_n) = \lim(a_n) \cdot \lim(b_n)$$

Límite del cociente de dos sucesiones convergentes

Si dos sucesiones son convergentes, el cociente de las dos sucesiones es otra sucesión convergente y el límite del cociente es el cociente de los límites si se verifica que la sucesión del denominador no tiene términos nulos y el límite de la sucesión del denominador no es cero.

$$\lim \left(\frac{a_n}{b_n} \right) = \frac{\lim a_n}{\lim b_n}$$

Límite de la potencia de dos sucesiones convergentes

Si dos sucesiones son convergentes, la potencia de las dos sucesiones es otra sucesión convergente y el límite de la potencia es la potencia de los límites.

$$\lim \left(a_n \right)^{b_n} = \left(\lim a_n \right)^{\lim b_n}$$

 Licencia: CC0 1.0 Universal