Estudio de la acotación de una sucesión

Este problema consiste en determinar si una sucesión está acotada superior o inferiormente conocido su término general. En algunos casos resulta sumamente sencillo, en otros puede ser más complicado. Si es posible, también suele ser interesante averiguar el supremo y el ínfimo, aunque esto puede ser incluso más difícil.

Calcular unos cuantos términos de la sucesión suele ser de gran ayuda, pero posteriormente habrá que aplicar alguna propiedad de la expresión del término general para resolver el problema.

Relación entre crecimiento y acotación

Hay dos propiedades muy obvias que relacionan ambos conceptos:

- Si una sucesión de números reales es creciente, el ínfimo es el primer elemento.
- Si una sucesión de números reales es decreciente, el supremo es el primer elemento.

Enunciados

Estudia la acotación de las siguientes sucesiones:

① $a_n = n^2$ ② $b_n = \frac{1}{n}$ ③ $c_n = (-1)^n$ ④ $d_n = (-1)^{n+1} \cdot 2^n$

Resoluciones

① La sucesión comienza así: $a \to 1, 4, 9, 16, 25, \ldots$

Está acotada inferiormente. El ínfimo es 1.

No está acotada superiormente.

No está acotada.

② La sucesión comienza así: $b \to 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots$

Está acotada inferiormente. El ínfimo es 0.

Está acotada superiormente. El supremo es 1.

Está acotada.

③ La sucesión comienza así: $c \to -1, 1, -1, 1, -1, \ldots$

Está acotada inferiormente. El ínfimo es -1.

Está acotada superiormente. El supremo es 1.

Está acotada.

④ La sucesión comienza así: $d \to 2, -4, 8, -16, 32, \ldots$

No está acotada inferiormente.

No está acotada superiormente.

No está acotada.

 Licencia: CC0 1.0 Universal