Enunciados

Averigua el término general de las siguientes sucesiones expresándolo de una manera sencilla.

① a → 1, 0, −1, −2, −3, ...	② b → 16, 32, 64, 128, ...
③ c → $-\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{3}{7}, \ldots$	④ d → 8, −13, 18, −23, 28, ...

Resoluciones

① Hay que ir sumando −1 para ir obteniendo cada término, luego es una progresión aritmética de diferencia −1; su término general es $a_n = -n+b$.

$a_1 = 1 = -1+b \Rightarrow b = 2$. Solución: $a_n = -n+2$

② **Primer método**. Hay que ir multiplicando por 2 para ir obteniendo cada término, luego es una progresión geométrica de razón 2; su término general es $b_n = a\cdot 2^n$. $b_1 = 16 = a\cdot 2^1 \Rightarrow a = 8 \Rightarrow b_n = 8\cdot 2^n = 2^3\cdot 2^n = 2^{n+3}$. Solución: $b_n = 2^{n+3}$

Nota: hemos unido en una sola potencia 8 y 2^n porque el enunciado pide escribir el resultado de modo sencillo, pero no siempre se podrá hacer.

Segundo método. Como todos los términos son potencias de 2, los escribimos de modo que quede claro cuáles son los exponentes: b → 2^4, 2^5, 2^6, 2^7, ...

Ahora se ve que el término general es 2 elevado la progresión aritmética 4, 5, 6, 7, ..., cuyo término general es n+3. Solución: $b_n = 2^{n+3}$

Nota. Este segundo método nos da una idea muy buena para trabajar en estos problemas: si ves un patrón en los números, escríbelos de modo que quede muy claro cuál es ese patrón.

③ Estos casos son bastante difíciles, porque las fracciones se suelen dar simplificadas y esto oculta los posibles patrones; hay que hacer un esfuerzo de imaginación para descubrirlos.

En este ejercicio en concreto, podemos ver que los denominadores son 3, ?, 5, 3 y 7. Si el desconocido fuera 4, el 3 se puede convertir en 6 amplificando por dos su fracción. La sucesión se puede escribir así: c → $-\frac{1}{3}, \frac{0}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{6}, \frac{3}{7}, \ldots$

Los numeradores ahora forman la progresión aritmética −1, 0, 1, 2, 3, ... y los denominadores otra, la 3, 4, 5, 6, 7, ...

Solución: $c_n = \frac{n-2}{n+2}$

Nota: las simplificaciones también pueden aparecer en raíces.

④ Observamos que los signos van alternando. Esto nos da la pista de ver esta sucesión como el producto de la progresión aritmética 8, 13, 18, 23, ... por una sucesión que nos dé los signos alternados.

Solución: $d_n = (-1)^{n+1}\cdot(5n+3)$

 Licencia: CC0 1.0 Universal