Maneras de definir una sucesión numérica

Aunque una sucesión numérica se puede definir de maneras muy imaginativas, las más habituales son:

- Mediante una sola expresión algebraica de su término general.
- Mediante dos o más expresiones algebraicas de su término general, según sea el valor del subíndice.
- Mediante una fórmula recursiva.

Con una sola expresión

Es el modo más habitual. Permite calcular el valor de cualquier término de una manera única directamente a partir del subíndice.

Ejemplo 1

Enunciado: calcula los cinco primeros términos de la sucesión $a_n = 3n^2$

Resolución: hay que calcular a_1, a_2, a_3, a_4 y a_5 dando a «n» los valores 1, 2, 3, 4 y 5. Lo puedes hacer escribiendo cada uno de los términos individualmente o mentalmente y así dar el resultado final.

Solución: a → 3, 12, 27, 48, 75, ...

Con dos o más expresiones

Es un modo muy utilizado para explicar ciertos ejemplos necesarios en el desarrollo de la teoría. También permite calcular directamente el valor de cualquier término a partir del subíndice. Es parecido a las funciones definidas a trozos.

Ejemplo 2

Enunciado: calcula los cinco primeros términos de la sucesión

$$b_n = \begin{cases} n+1 & \text{si} \quad n \text{ es impar} \\ n/2 & \text{si} \quad n \text{ es par} \end{cases}$$

Resolución: $b_1 = 2$, $b_2 = 1$, $b_3 = 4$, $b_4 = 2$ y $b_5 = 6$, ya que 1, 3 y 5 son impares (hay que sumar 1) y 2 y 4 son pares (hay que dividir entre 2).

Solución: b → 2, 1, 4, 2, 6, ...

Con una fórmula recursiva

Nos dan directamente uno más de los primeros términos y una fórmula para calcular cualquier otro término a partir de uno o más de los términos anteriores.

Ejemplo 3

Enunciado: calcula los cinco primeros términos de la sucesión «c» definida como: $c_1 = -2$, $c_n = -2c_{n-1}+5$ para $n > 1$.

Resolución: $c_1 = -2$, $c_2 = -2c_1+5 = -2(-2)+5 = 9$, $c_3 = -c_2+5 = -2 \cdot 9+5 = -13$, $c_4 = -c_3+1 = -2(-13)+5 = 31$ y $c_5 = -2c_4+5 = -2 \cdot 31+5 = -57$.

Solución: c → −2, 9, −13, 31, −57, ...

Definiciones imaginativas

Las sucesiones son funciones. Y las funciones en general admiten tantas definiciones que es difícil hacerse una idea de su gran variedad.

Ejemplo 4

La sucesión p → 3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5, 3, ... está formada por las cifras de π.

 Licencia: CC0 1.0 Universal