Cálculo del dominio de una función

Existe un método para averiguar el dominio de una función real de variable real conociendo su expresión analítica. Hay que estudiar todos los denominadores, las raíces de índice par y los logaritmos que aparezcan.

Para que un número pertenezca al dominio de una función debe verificarse que:

- Todos los denominadores sean distintos de cero.
  - Si aparece $\frac{f(x)}{g(x)}$, debe ser $g(x) \neq 0$
- Todas las cantidades subradicales sean no negativas.
  - Si aparece $\sqrt[n]{f(x)}$ con n par, debe ser $f(x) \geqslant 0$
- Todas las cantidades afectadas por un logaritmo sean positivas.
  - Si aparece $\log_a f(x)$, debe ser $f(x) > 0$

Para averiguar qué números cumplen las condiciones habrá que resolver ecuaciones e inecuaciones y el dominio será el conjunto de números reales que cumplan todas las condiciones. La solución se puede dar como el conjunto de los números reales menos algunos números o bien como unión de intervalos y semirrectas, lo que resulte más cómodo.

Enunciados

Calcula el dominio de las siguientes funciones:

① $h(x) = \frac{x+5}{x^2-x+6}$

② $m(x) = \sqrt{2x-10}$

③ $p(x) = \log_2(8x+16)$

④ $q(x) = x^2+3x-1+e^x$

Resoluciones

① Averiguamos dónde se anula el denominador:

$$x^2-x+6=0 \Rightarrow x = \frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot(-1)\cdot 6}}{2\cdot 1} = \frac{1\pm 5}{2} = \begin{cases} 3 \\ -2 \end{cases}$$

Solución: $D(h) = \mathbb{R}-\{-2,3\}$. También: solución: $D(h) = (\leftarrow,-2)\cup(-2,3)\cup(3,\rightarrow)$

② Averiguamos dónde es mayor o igual que cero la cantidad bajo la raíz:

$2x-10 \geqslant 0 \Rightarrow 2x \geqslant 10 \Rightarrow x \geqslant 5$

Solución: $D(m) = [5,\rightarrow)$

③ Averiguamos dónde es mayor que cero la cantidad afectada por el logaritmo:

$8x+16 > 0 \Rightarrow 8x > -16 \Rightarrow x > -2$

Solución: $D(p) = (-2,\rightarrow)$

④ El dominio de los polinomios y de las exponenciales es $\mathbb{R}$; no aparecen ni denominadores, ni raíces de índice par ni logaritmos.

Solución: $D(q) = \mathbb{R}$

 Licencia: CC0 1.0 Universal