Método para resolver problemas de programación lineal

Paso 1. Estudiar cuidadosamente el enunciado y deducir cuáles son las incógnitas, las restricciones y la función objetivo.

Paso 2. Resolviendo el sistema de inecuaciones, dibujar la zona factible.

Paso 3. Averiguar todos los vértices de la zona factible, que casi siempre es un polígono convexo, aunque podría ser una zona infinita.

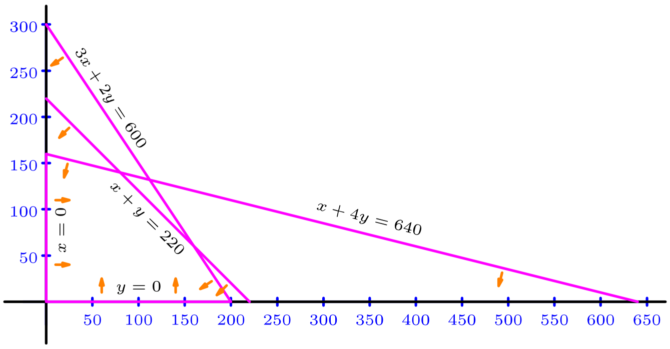
Paso 4. Calcular la función objetivo en cada uno de los vértices para averiguar en cuál de ellos se alzanza el máximo (o mínimo, según el problema) deseado. Si en dos vértices se alcanza la solución, entonces cualquier punto del segmento que los une también es solución.

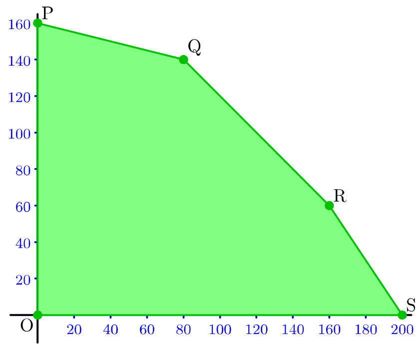
Ejemplo

Continuando con el enunciado de la hoja anterior, vamos a averiguar en qué punto de la zona factible definida por el sistema de inecuaciones que se muestra a la derecha la función B(x,y) = 21x+34y alcanza su valor máximo.

$$\begin{cases} x+y \leqslant 220 \\ x+4y \leqslant 640 \\ 3x+2y \leqslant 600 \\ x \geqslant 0 \,;\, y \geqslant 0 \end{cases}$$

Abajo a la izquierda vemos la resolución del sistema de inecuaciones y abajo a la derecha vemos la zona factible con sus cinco vértices.





Averiguamos las coordenadas de los cinco vértices resolviendo cinco sistemas de dos ecuaciones y dos incógnitas:

$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow O=(0,0)$	$\begin{cases} x+4y=640 \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow P=(0,160)$	$\begin{cases} 3x+2y=600 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow S=(200,0)$
$\begin{cases} x+4y=640 \\ x+y=220 \end{cases} \Rightarrow \ldots \Rightarrow \begin{cases} x=80 \\ y=140 \end{cases} \Rightarrow Q=(80,140)$	$\begin{cases} 3x+2y=600 \\ x+y=220 \end{cases} \Rightarrow \ldots \Rightarrow \begin{cases} x=160 \\ y=60 \end{cases} \Rightarrow R=(160,60)$	

Calculamos el valor de la función objetivo en cada vértice:

* O = (0,0) ⇒ B(0,0) = 21·0+34·0 = 0
* P = (0,160) ⇒ B(0,160) = 21·0+34·160 = 5440
* Q = (80,140) ⇒ B(80,140) = 21·80+34·140 = 6440
* R = (160,60) ⇒ B(160,60) = 21·160+34·60 = 5400
* S = (200,0) ⇒ B(200,0) = 21·200+0·0 = 4200

Vemos en el punto Q = (80,140) se alcanza el mayor valor, 6440.

Solución: en el punto (80,140)

Solución del problema de la hoja anterior

Hay que fabricar 80 cajas pequeñas y 140 cajas grandes. (Y se obtendrán 6440 euros de beneficio.)

