

Ángulos opuestos

Nos interesa estudiar esta relación, que se describe simplemente como la relación entre los ángulos α y $-\alpha$.

Relación entre funciones trigonométricas de ángulos opuestos

Se verifica:

$$\ast \quad \text{sen}(\alpha) = -\text{sen}(-\alpha)$$

$$\ast \quad \text{cos}(\alpha) = \text{cos}(-\alpha)$$

La relación entre las demás funciones trigonométricas se puede deducir fácilmente a partir de estas cuando sea necesario. Por ejemplo, así:

$$\text{tg}(\alpha) = \frac{\text{sen}(\alpha)}{\text{cos}(\alpha)} = \frac{-\text{sen}(-\alpha)}{\text{cos}(-\alpha)} = -\text{tg}(-\alpha)$$

$$\text{sec}(\alpha) = \frac{1}{\text{cos}(\alpha)} = \frac{1}{\text{cos}(-\alpha)} = \text{sec}(-\alpha)$$

Ejemplo

Los ángulos 40° y -40° son opuestos.

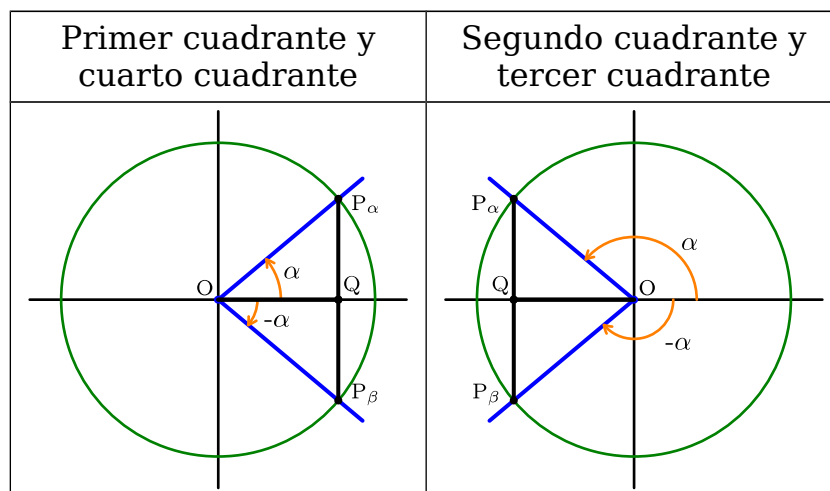
Se verifican estas igualdades:

$$\text{sen}(40^\circ) = -\text{sen}(-40^\circ); \text{cos}(40^\circ) = \text{cos}(-40^\circ); \text{tg}(40^\circ) = -\text{tg}(-40^\circ).$$

Idea de la demostración

Casi siempre se utiliza esta relación cuando el ángulo α pertenece al primer cuadrante, aunque es cierta también en cualquier otro caso.

Puedes ver las ilustraciones que corresponden a los dos casos que conviene tener en cuenta, según en qué cuadrantes se encuentren los dos ángulos:



La demostración, que no te mostramos, se basa en la igualdad de los triángulos $OP_\alpha Q$ y $OP_{-\alpha} Q$. Para entenderla, basta con que observes los segmentos que representan al seno y al coseno de los dos ángulos.