

Ángulos que se diferencian en un ángulo llano

Nos interesa estudiar esta relación, que escribiremos así: a uno de los ángulos lo llamaremos α y al otro β , con este valor:

- * En grados sexagesimales: $\beta = \alpha + 180^\circ$
- * En radianes: $\beta = \alpha + \pi \text{ rad}$

Relación entre funciones trigonométricas de ángulos que se diferencian en un ángulo llano

Se verifica:

- * $\text{sen}(\alpha) = -\text{sen}(\beta)$
- * $\text{cos}(\alpha) = -\text{cos}(\beta)$

La relación entre las demás funciones trigonométricas se puede deducir fácilmente a partir de estas cuando sea necesario. Por ejemplo, así:

$$\text{tg}(\alpha) = \frac{\text{sen}(\alpha)}{\text{cos}(\alpha)} = \frac{-\text{sen}(\beta)}{-\text{cos}(\beta)} = \text{tg}(\beta)$$

$$\text{sec}(\alpha) = \frac{1}{\text{cos}(\alpha)} = \frac{1}{-\text{cos}(\beta)} = -\text{sec}(\beta)$$

Ejemplo

Los ángulos 40° y 220° se diferencian en un llano porque $220^\circ = 40^\circ + 180^\circ$

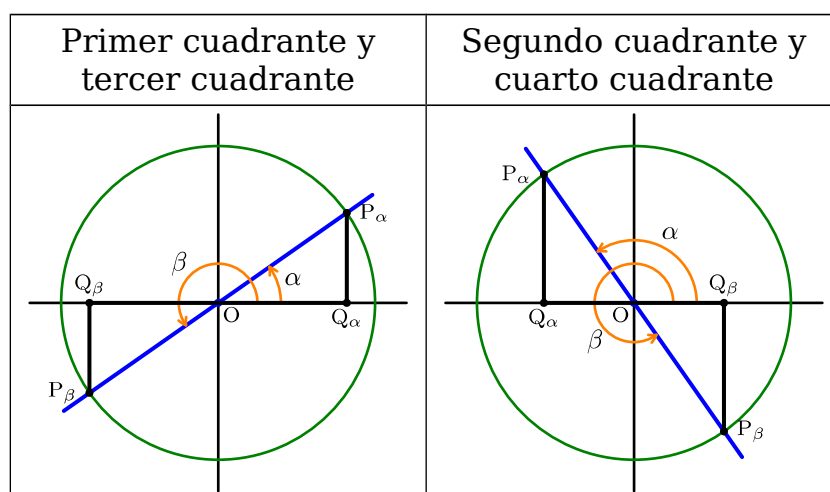
Se verifican estas igualdades:

$$\text{sen}(40^\circ) = -\text{sen}(220^\circ); \text{cos}(40^\circ) = -\text{cos}(220^\circ); \text{tg}(40^\circ) = \text{tg}(220^\circ).$$

Idea de la demostración

Casi siempre se utiliza esta relación cuando el ángulo α pertenece al primer cuadrante, aunque es cierta también en cualquier otro caso.

Puedes ver las ilustraciones que corresponden a los dos casos que conviene tener en cuenta, según en qué cuadrantes se encuentren los dos ángulos:



La demostración, que no te mostramos, se basa en la igualdad de los triángulos $OP_\alpha Q_\alpha$ y $OP_\beta Q_\beta$. Para entenderla, basta con que observes los segmentos que representan al seno y al coseno de los dos ángulos.