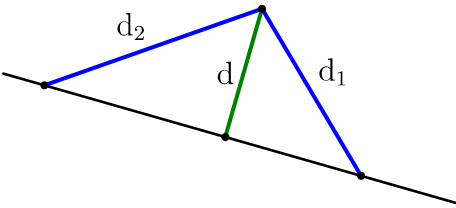
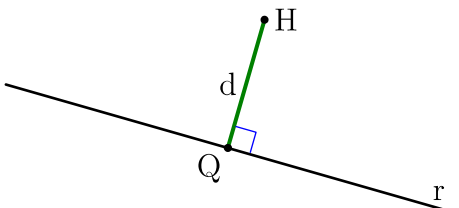


**Distancia de un punto a una recta**

- \* La distancia de un punto a una recta es la menor de las distancias entre el punto y cada uno de los puntos de la recta. Ver figura 1.
- \* La distancia de un punto a una recta es igual a la distancia entre el punto y el punto de corte de la recta con la recta perpendicular que pasa por el punto. Ver figura 2.

Figura 1	Figura 2
	
$d < d_1, d < d_2$	$d = d(H, r) = d(H, Q)$

**Fórmula de la distancia de un punto a una recta**

Consideramos el punto  $H = (x_0, y_0)$  y la recta  $r \equiv ax + by + c = 0$ .

Entonces, la distancia de H a «r» es

$$d(H, r) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

**Demostración**

Llamamos «s» a la recta que pasa por H y es perpendicular a «r» y vamos a calcular el punto de corte de «r» y «s», que llamaremos Q.

Ecuaciones paramétricas de «s»:  $\vec{n}_r = (a, b) \Rightarrow \vec{v}_s = (a, b) \Rightarrow s \equiv \begin{cases} x = x_0 + \lambda a \\ y = y_0 + \lambda b \end{cases}$

Sustituimos un punto de «s» en la ecuación de «r» y despejamos  $\lambda$ :

$$a(x_0 + \lambda a) + b(y_0 + \lambda b) + c = 0 \Rightarrow ax_0 + \lambda a^2 + by_0 + \lambda b^2 + c = 0 \Rightarrow \lambda(a^2 + b^2) = -(ax_0 + by_0 + c) \Rightarrow \lambda = \frac{-(ax_0 + by_0 + c)}{a^2 + b^2}$$

Sustituyendo ese  $\lambda$  en la ecuación de «s» obtendremos Q.

$$\begin{aligned} d(H, r) &= d(H, Q) = |\overrightarrow{HQ}| = |(\lambda a, \lambda b)| = \sqrt{(\lambda a)^2 + (\lambda b)^2} = \sqrt{\lambda^2 a^2 + \lambda^2 b^2} = \sqrt{\lambda^2 (a^2 + b^2)} = \\ &= |\lambda| \sqrt{a^2 + b^2} = \left| \frac{-(ax_0 + by_0 + c)}{a^2 + b^2} \right| \cdot \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{aligned}$$

**Ejemplo**

Calcula con cinco cifras significativas la distancia entre el punto Z y la recta «t».

Datos:  $Z = (7, -9)$ ;  $t \equiv 4x - 5y - 88 = 0$

$$d(Z, t) = \frac{|4 \cdot 7 - 5(-9) - 88|}{\sqrt{4^2 + (-5)^2}} = \frac{|28 + 45 - 88|}{\sqrt{16 + 25}} = \frac{|-15|}{\sqrt{41}} = \frac{15}{\sqrt{41}} = 2,3426$$

Calculadora: **1 5 ÷ √ 4 1 =**  $\Rightarrow 2.342606428$

Solución: 2,3426