



INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Instrucciones: El examen presenta dos opciones A y B; el alumno deberá elegir una de ellas y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

Tiempo: Una hora y treinta minutos.

Calificación: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 3x + 2y - 2z = 3 \\ 2x + 2y + az = 8 \end{cases}$$

- (a) Discutir el sistema para los distintos valores de a .
- (b) Resolver el sistema para $a = 4$.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Dada la función real de variable real definida por

$$f(x) = \frac{(x-3)^2}{x+3}$$

- (a) Determinar las asíntotas de la función.
- (b) Calcular sus máximos y mínimos y determinar sus intervalos de crecimiento.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Según cierto estudio, el 40% de los hogares europeos tiene contratado el acceso a internet, el 33% tiene contratada la televisión por cable, y el 20% disponen de ambos servicios. Se selecciona un hogar europeo al azar.

- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que sólo tenga contratada la televisión por cable?
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga contratado ninguno de los dos servicios?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

La edad a la que contraen matrimonio los hombres de la Isla Barataria es una variable aleatoria que se puede aproximar por una distribución normal de media 35 años y desviación típica de 5 años. Se elige aleatoriamente una muestra de 100 hombres de dicha isla. Sea \bar{X} la media muestral de la edad de casamiento.

- (a) ¿Cuáles son la media y la varianza de \bar{X} ?
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de que la edad media de casamiento de la muestra esté comprendida entre 36 y 37 años?

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Una empresa de instalaciones dispone de 195 kg de cobre, 20 kg de titanio y 14 kg de aluminio. Para fabricar 100 metros de cable de tipo A se necesitan 10 kg de cobre, 2 de titanio y 1 de aluminio, mientras que para fabricar 100 metros de cable de tipo B se necesitan 15 kg de cobre, 1 de titanio y 1 de aluminio. El beneficio que se obtiene por 100 metros de cable de tipo A es de 1500 euros, y por 100 metros de cable de tipo B, 1000 euros.

Calcular los metros de cable de cada tipo que hay que fabricar para maximizar el beneficio de la empresa. Obtener dicho beneficio máximo.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Representar gráficamente la región acotada limitada por las gráficas de las funciones

$$f(x) = \frac{5}{4}x^2 \quad , \quad g(x) = \frac{1}{2}(5x + 20) \quad , \quad h(x) = \frac{1}{2}(-5x + 20)$$

y obtener su área.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Los pianistas de Isla Sordina se forman en tres conservatorios, C1, C2 y C3, que forman al 40%, 35% y 25% de los pianistas, respectivamente. Los porcentajes de pianistas virtuosos que producen estos conservatorios son del 5%, 3% y 4%, respectivamente. Se selecciona un pianista al azar.

- Calcular la probabilidad de que sea virtuoso.
- El pianista resulta ser virtuoso. Calcular la probabilidad de que se haya formado en el primer conservatorio (C1).

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

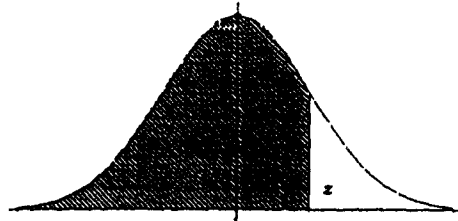
La duración de las rosas conservadas en agua en un jarrón es una variable aleatoria que se puede aproximar por una distribución normal con una desviación típica de 10 horas. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 rosas y se obtienen las siguientes duraciones (en horas):

57, 49, 70, 40, 45, 44, 49, 32, 55, 45

Hallar un intervalo de confianza al 95% para la duración media de las rosas.

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de z .



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SOCIALES II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Discusión correcta del sistema: 2 puntos.

Resolución correcta para $a=4$: 1 punto.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Por cada apartado correctamente resuelto: 1,5 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Por cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Por cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Deducción correcta de la función objetivo 0,5 puntos

Expresión correcta de las inecuaciones 0,5 puntos

Determinación correcta de la región factible 1 punto

Localización del punto óptimo 0,5 puntos

Valor del óptimo 0,5 puntos.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Representación correcta: 1,5 puntos.

Obtención correcta del área: 1,5 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Por cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Planteamiento correcto del intervalo: 1,5 puntos.

Obtención correcta del intervalo: 0,5 puntos.

Ejercicio 1. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & a \end{pmatrix}$

, $\det(A) = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{7}{4}$

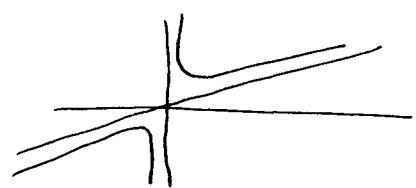
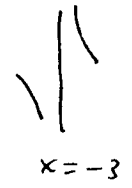
a) Si $a \neq -\frac{7}{4}$, $\det(A) \neq 0$, $r(A) = 3$, $r(A|b) = 3 \Rightarrow$ Sistema compatible y determinado

Si $a = -\frac{7}{4}$, $r(A) = 2$, $r(A|b) = 3 \Rightarrow$ Sistema incompatible

b) Para $a = 4$, $x = y = z = 1$

Ejercicio 2. $f(x) = \frac{(x-3)^2}{(x+3)}$. Asíntotas verticales: como la función es racional, son los ceros del denominador: $x+3=0 \Rightarrow x = -3$

$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty$
 $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$



Asíntotas horizontales: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$: no hay.

Asíntotas oblicuas: $y = ax + b$; $a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-3)^2}{x(x+3)} = 1$

$b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - ax) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{(x-3)^2}{(x+3)} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9-9x}{x-3} = -9$

$y = x - 9$: asíntota oblicua

b) $f'(x) = \frac{2(x-3)(x+3) - (x-3)^2}{(x+3)^2} = 0 \Rightarrow 2(x-3)(x+3) - (x-3)^2 = 0 \Rightarrow$

$(x-3)[2(x+3) - (x-3)] = 0 \Rightarrow x = 3$, $x = -9$: extremos relativos

<u>intervalos</u>	$(-\infty, -9)$	-9	$(-9, -3)$	$(-3, 3)$	3	$(3, +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
	(por ejemplo, $f'(-10) > 0$)				mín. relativo	
		max. relativo				

Ejercicio 3.

A = tener internet
B = tener TV por cable

a) $P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{33}{100} - \frac{20}{100} = \frac{13}{100} = 13\%$

b) $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] = 1 - [\frac{40}{100} + \frac{33}{100} - \frac{20}{100}] = 1 - \frac{53}{100} = \frac{47}{100} = 47\%$

Ejercicio 4. $x \rightarrow N(35, 5^2)$

a) $\mu_{\bar{x}} = 35, \sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

b) $P(36 < \bar{x} < 37) = P\left(\frac{36-35}{5/10} < Z < \frac{37-35}{5/10}\right) = P(2 < Z < 4) = \phi(4) - \phi(2) \approx 1 - 0.9772 = 0.0228$

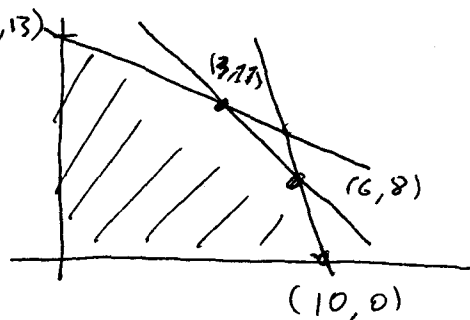
Opción B.

Ejercicio 1.

nº metros x 100		kg acero	kg titanio	kg aluminio	Beneficio
cable tipo A	x	10x	2x	x	1500x
cable tipo B	y	15y	y	y	1000y
Restriciones	≥ 0	≤ 195	≤ 20	≤ 14	

Maximizar $F(x, y) = 1500x + 1000y$ s.a.

$$\begin{cases} 10x + 15y \leq 195 \\ 2x + y \leq 20 \\ x + y \leq 14 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



$F(0, 13) = 13000$

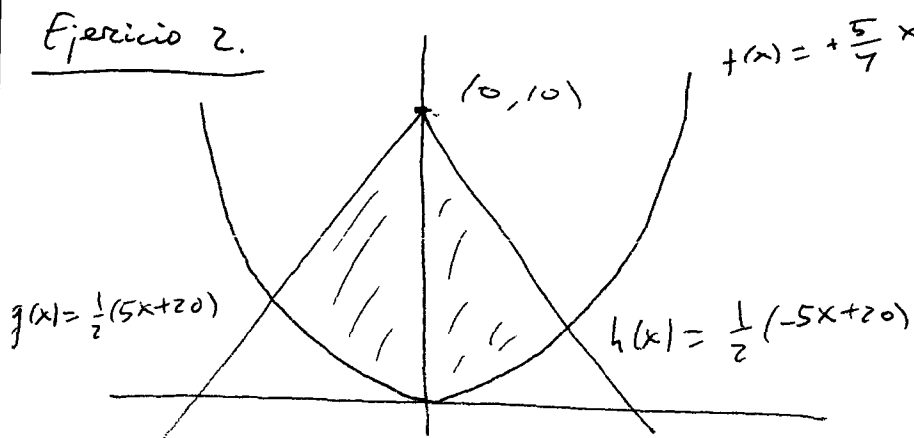
$F(10, 0) = 15000$

$F(6, 8) = 17000$

$F(3, 11) = 15500$

$6 \times 100 = 600$ metros tipo A
 $8 \times 100 = 800$ metros tipo B } 17000 € de beneficio

Ejercicio 2.



$f(x) = +\frac{5}{7}x^2$

$g(x) = h(x) \Rightarrow x = 0$

En $(x, y) = (0, 10)$

se cortan las gráficas de $h(x)$ y $g(x)$:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{5}{4}x^2 = \frac{1}{2}(5x+20) \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow \begin{matrix} 4 \\ -2 \end{matrix}$$

Nos interesa el pto. $(-2, 5)$

$$f(x) = h(x) \Rightarrow \frac{5}{4}x^2 = \frac{1}{2}(-5x+20) \Rightarrow \text{pto. } (2, 5)$$

Luego la integral pedida es:

$$I = \int_{-2}^0 [g(x) - f(x)] dx + \int_0^2 [h(x) - f(x)] dx = 2 \int_{-2}^0 [g(x) - f(x)] dx$$

son iguales, basta calcular una

$$= 2 \int_{-2}^0 \left[\frac{5}{2} \frac{x^2}{2} + 10x - \frac{5}{4} \frac{x^3}{3} \right] dx = 2 \cdot \frac{35}{3} = \frac{70}{3}$$

Ejercicio 3.

A = el pianista seleccionado es virtuoso.

$$P(C_1) = 0.4$$

$$P(C_2) = 0.35$$

$$P(C_3) = 0.25$$

$$P(A|C_1) = 0.05$$

$$P(A|C_2) = 0.03$$

$$P(A|C_3) = 0.04$$

$$a) P(A) = P(C_1)P(A|C_1) + P(C_2)P(A|C_2) + P(C_3)P(A|C_3) =$$

$$0.4 \times 0.05 + 0.35 \times 0.03 + 0.25 \times 0.04 = \underline{0.0405}$$

$$b) P(C_1|A) = \frac{P(A|C_1)P(C_1)}{\sum_{i=1}^3 P(A|C_i)P(C_i)} = \frac{0.05 \times 0.4}{0.0405} = \frac{0.02}{0.0405} = \underline{0.493827}$$

Ejercicio 4

$$\bar{x} = 48.6$$

$$z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96, \quad X \sim N(\mu, 10^2)$$

$$IC = \left(48.6 \pm 1.96 \frac{10}{\sqrt{10}} \right) = \underline{(42.40, 54.79)}$$