



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)

Curso 2004-2005

Junio
Septiembre
R1 R2

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SOCIALES II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: El examen presenta dos opciones: A y B. El estudiante deberá elegir una de ellas y responder razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad gráfica o de cálculo simbólico.

TIEMPO MÁXIMO: Una hora y media.

CALIFICACIÓN: Cada ejercicio lleva indicada su puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

En una empresa de alimentación se dispone de 24 kg de harina de trigo y 15 kg de harina de maíz, que se utilizan para obtener dos tipos de preparados: *A* y *B*. La ración del preparado *A* contiene 200 gr de harina de trigo y 300 gr de harina de maíz, con 600 cal de valor energético. La ración de *B* contiene 200 gr de harina de trigo y 100 gr de harina de maíz, con 400 cal de valor energético. ¿Cuántas raciones de cada tipo hay que preparar para obtener el máximo rendimiento energético total? Obtener el rendimiento máximo.

2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera la curva de ecuación $y = \frac{x^3}{x^2 + 1}$. Se pide:

- (a) Hallar la ecuación de la recta tangente a dicha curva en el punto de abscisa $x = 1$.
(b) Hallar las asíntotas de la curva.

3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

En un colectivo de inversores bursátiles, el 20% realiza operaciones via Internet. De los inversores que realizan operaciones via Internet, un 80% consulta InfoBolsaWeb. De los inversores bursátiles que no realizan operaciones via Internet sólo un 20% consulta InfoBolsaWeb. Se pide:

- (a) Obtener la probabilidad de que un inversor bursátil elegido al azar en este colectivo consulte InfoBolsaWeb.
(b) Si se elige al azar un inversor bursátil de este colectivo y resulta que consulta InfoBolsaWeb, ¿cuál es la probabilidad de que realice operaciones por Internet?

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

La duración de las baterías de un determinado modelo de teléfono móvil tiene una distribución normal de media 34,5 horas y desviación típica 6,9 horas. Se toma una muestra aleatoria simple de 36 teléfonos móviles.

- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que la duración media de las baterías de la muestra esté comprendida entre 32 y 33,5 horas?
(b) ¿Y de que sea mayor de 38 horas?

OPCIÓN B

1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones que depende del parámetro real p

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ -x + 2y + pz = -3 \\ x - 2y - z = p \end{cases}$$

- (a) Discutir el sistema según los distintos valores de p .
(b) Resolver el sistema para $p = 2$.
2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 9}$$

- (a) Hallar sus asíntotas.
(b) Calcular sus máximos y sus mínimos relativos, si existen.
3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Sean A y B dos sucesos, tales que $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(\bar{B}) = \frac{2}{5}$ y $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \frac{3}{4}$. Calcular

- (a) $P(B|A)$.
(b) $P(\bar{A}|B)$.

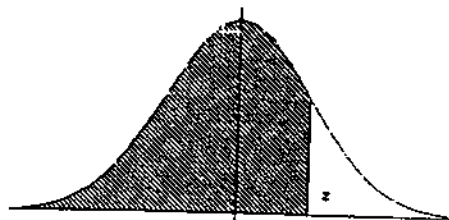
Nota: \bar{A} representa el suceso complementario del suceso A .

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

El tiempo de reacción de una alarma electrónica ante un fallo del sistema es una variable aleatoria normal con desviación típica 1 segundo. A partir de una muestra de 100 alarmas se ha estimado la media poblacional del tiempo de reacción, mediante un intervalo de confianza, con un error máximo de estimación igual a 0,2 segundos. ¿Con qué nivel de confianza se ha realizado la estimación?

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de z .



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SOCIALES II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Deducción correcta de la función objetivo:	0,5 puntos.
Expresión correcta de las inecuaciones:	0,5 puntos.
Representación gráfica correcta del recinto:	1 punto.
Obtención de los valores óptimos:	0,5 puntos.
Valor óptimo de la función objetivo:	0,5 puntos.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Cálculo correcto de la recta tangente:	1,5 puntos.
Cálculo correcto de las asíntotas:	1,5 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Obtención correcta de cada una de las probabilidades pedidas:	1 punto
---	---------

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Por cada apartado correctamente resuelto:	1 punto.
---	----------

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Discusión correcta del sistema:	2 puntos.
Resolución correcta para $p = 2$:	1 punto.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Cálculo correcto de las asíntotas:	1,5 puntos.
Cálculo correcto de los máximos y mínimos relativos:	1,5 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Por cada apartado correctamente resuelto:	1 punto.
---	----------

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Planteamiento correcto:	1 punto.
Resolución correcta:	1 punto.

OPCIÓN A

Cuestión 2)

a)

$$y = \frac{x^3}{x^2 + 1}$$

$$y' = \frac{3x^2(x^2 + 1) - 2xx^3}{(x^2 + 1)^2} = \frac{x^4 + 3x}{(x^2 + 1)}; \quad y'(1) = 1$$

Recta tangente en $P(1, \frac{1}{2})$: $y - \frac{1}{2} = x - 1 \Rightarrow y = x - \frac{1}{2}$

b)

- A. Horizontales NO
- A. Verticales NO
- A. Oblicuas : $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{(x^2 + 1)x} = 1$$

$$\Rightarrow y = x$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x^2 + 1} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x}{x^2 + 1} = 0$$

Cuestión 3)

$$P(\text{Internet}) = 0,20$$

$$P(\text{No Internet}) = 0,80$$

$$P(\text{IBW/Internet}) = 0,80$$

$$P(\text{IBW/No Internet}) = 0,20$$

a) $P(\text{IBW}) = P(\text{IBW/Internet}) \cdot P(\text{Internet}) + P(\text{IBW/No Internet}) \cdot P(\text{No Internet}) = 0,80 \cdot 0,20 + 0,20 \cdot 0,80 = 0,32$

b) $P(\text{Internet /IBW}) = \frac{P(\text{IBW/Internet}) \cdot P(\text{Internet})}{P(\text{IBW/Internet}) \cdot P(\text{Internet}) + P(\text{IBW/No Internet}) \cdot P(\text{No Internet})} = 0,5$

Cuestión 4)

$$X \sim N(34,5,6,9)$$

$$n=36, \bar{X} \sim N(34,5,6,9/\sqrt{36})$$

$$\text{a) } P(32 < \bar{X} < 33,5) = P(-2,17 < Z < -0,87) = 0,18$$

$$\text{b) } P(\bar{X} > 38) = P(Z > 3,04) = 1 - 0,9988 = 0,0012$$

OPCIÓN B

Cuestión 1)

$$a) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 0 \\ -1 & 2 & p & | & -3 \\ 1 & -2 & -1 & | & p \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 0 \\ 0 & 3 & p+1 & | & -3 \\ 0 & 0 & p-1 & | & p-3 \end{pmatrix}$$

$p = 1$: Sistema Incompatible

$p \neq 1$: Sistema Compatible Determinado

$$b) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 0 \\ 0 & 3 & 3 & | & -3 \\ 0 & 0 & 1 & | & -1 \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 0 \\ 3y + 3z = -3 \\ z = -1 \end{array} \right\} x = 1, y = 0, z = -1$$

Cuestión 2)

- a) A. verticals : $x = -3, x = 3$
A. Horizontales : $y = 1$

$$b) f'(x) = \frac{2x(x^2 - 9) - 2xx^2}{(x^2 - 9)^2} = \frac{-18x}{(x^2 - 9)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$f''(x) = \frac{-18(x^2 - 9) - 4x(-18x)}{(x^2 - 9)^3}$$

$$f''(0) < 0 \Rightarrow \text{en } (0,0) \text{ tiene un máximo}$$

Cuestión 3)

$$a) P(B \cap A) = 1 - P(\overline{B \cap A}) = 1 - P(\overline{B} \cup \overline{A}) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

Entonces

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{1/4}{1/2} = 1/2$$

$$b) P(\overline{A}/B) = 1 - P(A/B) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 1 - \frac{1/4}{3/5} = \frac{7}{12}$$

Cuestión 4)

$$X \sim N(\mu, 1)$$

$$X_{100} \sim N(\mu, 1/\sqrt{100}) = N(\mu, 0.1)$$

$$P[|x_{100} - \mu| < 0,2] = 1 - \alpha \Leftrightarrow$$

$$P[|z| \mu < 0,2 / 0,1] = 1 - \alpha \Leftrightarrow$$

$$P[|z| < 2] = 1 - \alpha \quad \text{a partir de las tables}$$

$$P[|z| < 2] = 1 - 2 \cdot 0,0228 = 0,9544$$

El nivel de confianza es el 95,44%