

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

**Calificación total máxima:** 10 puntos.

**Tiempo:** Hora y media.

OPCIÓN A

**Ejercicio 1. Calificación máxima:** 3 puntos.

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 3x + A, & \text{si } x \leq 3, \\ -4 + 10x - x^2, & \text{si } x > 3, \end{cases}$$

se pide:

- (1 punto) Hallar el valor de  $A$  para que  $f(x)$  sea continua. ¿Es derivable para ese valor de  $A$ ?
- (1 punto) Hallar los puntos en los que  $f'(x) = 0$ .
- (1 punto) Hallar el máximo absoluto y el mínimo absoluto de  $f(x)$  en el intervalo  $[4, 8]$ .

**Ejercicio 2. Calificación máxima:** 3 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} 3x & + & ay & + & 4z & = & 6, \\ x & + & (a+1)y & + & z & = & 3, \\ (a-1)x & - & ay & - & 3z & = & -3, \end{cases}$$

se pide:

- (2 puntos) Discutir el sistema según los valores de  $a$ .
- (1 punto) Resolverlo para  $a = -1$ .

**Ejercicio 3. Calificación máxima:** 2 puntos.

Se dan la recta  $r$  y el plano  $\pi$ , mediante

$$r \equiv \frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{3}, \quad \pi \equiv 2x + y - 2z - 7 = 0.$$

Obtener los puntos de la recta cuya distancia al plano es igual a uno.

**Ejercicio 4. Calificación máxima:** 2 puntos.

Dadas las rectas

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}, \quad s \equiv \begin{cases} x + y = 4, \\ 2x + z = 4, \end{cases}$$

se pide:

- (1,5 puntos) Hallar la ecuación del plano que pasa por  $A(2, 3, 4)$  y es paralelo a las rectas  $r$  y  $s$ .
- (0,5 puntos) Determinar la ecuación de la recta que pasa por  $B(4, -1, 2)$  y es perpendicular al plano hallado anteriormente.

## OPCIÓN B

### **Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.**

Dado el punto  $P(2, 1, -1)$ , se pide:

- (0,5 puntos) Hallar el punto  $P'$  simétrico de  $P$  respecto del punto  $Q(3, 0, 2)$ .
- (1,25 puntos) Hallar el punto  $P''$  simétrico de  $P$  respecto de la recta  $r \equiv x - 1 = y - 1 = z$ .
- (1,25 puntos) Hallar el punto  $P'''$  simétrico de  $P$  respecto del plano  $\pi \equiv x + y + z = 3$ .

### **Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.**

Dada la función  $f(x) = x^2 \sin x$ , se pide:

- (1 punto) Determinar, justificando la respuesta, si la ecuación  $f(x) = 0$  tiene alguna solución en el intervalo abierto  $(\pi/2, \pi)$ .
- (1 punto) Calcular la integral de  $f$  en el intervalo  $[0, \pi]$ .
- (1 punto) Obtener la ecuación de la recta normal a la gráfica de  $y = f(x)$  en el punto  $(\pi, f(\pi))$ .  
Recuérdese que la recta normal es la recta perpendicular a la recta tangente en dicho punto.

### **Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.**

Sean  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d} \in \mathbf{R}^3$ , vectores columna. Si

$$\det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}) = -1, \quad \det(\vec{a}, \vec{c}, \vec{d}) = 3, \quad \det(\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}) = -2,$$

calcular razonadamente el determinante de las siguientes matrices:

- (0,5 puntos)  $\det(\vec{a}, 3\vec{d}, \vec{b})$ .
- (0,75 puntos)  $\det(\vec{a} - \vec{b}, \vec{c}, -\vec{d})$ .
- (0,75 puntos)  $\det(\vec{d} + 3\vec{b}, 2\vec{a}, \vec{b} - 3\vec{a} + \vec{d})$ .

### **Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.**

Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x & & - 2z & = & 2, \\ ax & - y & + z & = & -8, \\ 2x & & + az & = & 4, \end{cases}$$

se pide:

- (1,5 puntos) Discutir el sistema según los valores de  $a$ .
- (0,5 puntos) Resolverlo para  $a = -5$ .