

### INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

**Calificación total máxima:** 10 puntos.

**Tiempo:** Hora y media.

#### OPCIÓN A

**Ejercicio 1.** Calificación máxima: 3 puntos.

Dados los puntos  $A(1, -1, 2)$ ,  $B(2, 0, -1)$ ,  $C(0, 1, 3)$ , se pide:

- a) (2 puntos) Hallar todos los puntos que equidistan de  $A$ ,  $B$  y  $C$ . ¿Cuáles de ellos pertenecen al plano

$$\pi \equiv 2x + 2y + 2z + 1 = 0 ?$$

- b) (1 punto) Hallar la ecuación del plano que pasa por  $A$ ,  $B$ ,  $C$ .

**Ejercicio 2.** Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el sistema lineal de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 2, \\ -3x + 2y + 3z = -2, \\ 2x + my - 5z = -4, \end{cases}$$

se pide:

- a) (2 puntos) Discutir el sistema según los valores de  $m$ .  
b) (1 punto) Resolverlo para  $m = 1$ .

**Ejercicio 3.** Calificación máxima: 2 puntos.

Halla el valor de  $\lambda$  para que la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\lambda x^2} - 1}{3x^2}, & \text{si } x > 0, \\ \frac{\text{sen } 2x}{x}, & \text{si } x \leq 0, \end{cases}$$

sea continua. Razonar la respuesta.

**Ejercicio 4.** Calificación máxima: 2 puntos.

Dado el polinomio  $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ , obtener los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$  de modo que se verifiquen las condiciones siguientes:

- El polinomio  $P(x)$  tenga extremos relativos en los puntos de abscisas  $x = -1/3$ ,  $x = -1$ .
- La recta tangente a la gráfica de  $P(x)$  en el punto  $(0, P(0))$  sea  $y = x + 3$ .

## OPCIÓN B

### **Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.**

Sabiendo que la función  $F(x)$  tiene derivada  $f(x)$  continua en el intervalo cerrado  $[2, 5]$ , y, además, que:

$$F(2) = 1, \quad F(3) = 2, \quad F(4) = 6, \quad F(5) = 3, \quad f(3) = 3 \quad \text{y} \quad f(4) = -1;$$

hallar:

- a) (0'5 puntos)  $\int_2^5 f(x)dx.$
- b) (1 punto)  $\int_2^3 (5f(x) - 7)dx.$
- c) (1'5 puntos)  $\int_2^4 F(x)f(x)dx.$

### **Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.**

Dado el sistema

$$\begin{cases} x + 2y = 1, \\ 3x + y = -a, \\ -3x + 2ay = 7, \end{cases}$$

se pide:

- a) (1'5 puntos) Discutir el sistema según los valores del parámetro  $a$ .
- b) (1'5 puntos) Resolver el sistema cuando sea compatible.

### **Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.**

Dados los planos de ecuaciones:

$$\pi \equiv x - 2y + 2z + 4 = 0, \quad \pi' \equiv 2x + 2y - z - 2 = 0,$$

se pide:

- a) (1 punto) Obtener la ecuación en forma continua de la recta que determinan.
- b) (1 punto) Hallar todos los puntos que equidistan de  $\pi$  y  $\pi'$ .

### **Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.**

Dadas las rectas

$$r \equiv \frac{x+3}{-6} = \frac{y-9}{4} = \frac{z-8}{4}, \quad s \equiv \frac{x-3}{3} = \frac{y-9}{-2} = \frac{z-8}{-2},$$

se pide:

- a) (1 punto) Hallar la posición relativa de las rectas  $r$  y  $s$ .
- b) (1 punto) Hallar la distancia mínima entre  $r$  y  $s$ .

## MATEMÁTICAS II

### CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

---

#### OPCIÓN A

**Ejercicio 1.** a) Por hallar la recta formada por los puntos equidistantes a  $A, B, C$ : 1 punto, repartido en: Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos. Por hallar los puntos que pertenecen al plano: 1 punto, repartido en: Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

**Ejercicio 2.** a) Por determinar el valor  $m = -3$ : 0,5 puntos. Por demostrar si que  $m \neq -3$  el sistema es compatible determinado; 0,75 puntos. Por demostrar que si  $m = -3$  el sistema es incompatible: 0,75 puntos

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

**Ejercicio 3.** Por el cálculo de cada límite: 0,75 puntos. Por calcular el valor de  $\lambda$ : 0,5 puntos.

**Ejercicio 4.** Planteamiento, 1 punto. Resolución, 1 punto.

#### OPCIÓN B

**Ejercicio 1.** a) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

c) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,75 puntos.

**Ejercicio 2.** a) Por determinar los valores  $a = 2, a = -8$ : 0,5 puntos. Por demostrar que si  $a$  es uno de estos valores el sistema es compatible determinado: 0,75 puntos. Por demostrar que si  $a$  es distinto de estos dos valores el sistema es incompatible: 0,75 puntos.

a) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,75 puntos.

**Ejercicio 3.** a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

**Ejercicio 4.** a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

**DOCUMENTO DE**  
**Principales contenidos que se tendrán en cuenta en la elaboración**  
**de las Pruebas de Acceso a las Enseñanzas universitarias de Grado**

**Matemáticas II. Curso 2011/2012**

De acuerdo con el Decreto 67/2008, de 19 de junio, por el que se establece el currículo del Bachillerato para la Comunidad de Madrid, publicado en el B.O.C.M. con fecha 27 de junio de 2008, para elaborar las Pruebas de Acceso a la Universidad se tendrán en cuenta los siguientes contenidos:

**ANÁLISIS.**

- Límite de una función en un punto. Límites laterales. Cálculo de límites. Indeterminaciones sencillas. Infinitésimos equivalentes.
- Funciones continuas. Operaciones algebraicas con funciones continuas. Composición de funciones continuas. Teorema de los valores intermedios. Teorema de acotación en intervalos cerrados y acotados. Tipos de discontinuidad.
- Derivada de una función en un punto. Interpretaciones (analítica, geométrica, física). Derivadas laterales. Relación con la continuidad. Reglas de derivación (incluyendo la regla de la cadena, la derivación logarítmica, y las fórmulas de las derivadas de las funciones arcoseno y arcotangente). Derivadas iteradas.
- Aplicaciones de la derivada. Monotonía y convexidad. Determinación de los puntos notables de funciones. Representación gráfica.
- Planteamiento y resolución de problemas de máximos y mínimos.
- Conocimiento y aplicación de los resultados del Teorema de Rolle, el Teorema del Valor Medio y la regla de L'Hôpital.
- Primitiva de una función. Cálculo de primitivas inmediatas y de funciones que son derivadas de una función compuesta. Integración por partes. Integración mediante cambio de variables (ejemplos simples). Integración de funciones racionales (con denominador de grado no mayor que dos).
- El problema del área. Introducción al concepto de integral definida de una función a partir del cálculo de áreas encerradas bajo una curva. La regla de Barrow. La integral definida como suma de elementos diferenciales: Aplicaciones al cálculo de volúmenes de cuerpos de revolución.

## ÁLGEBRA LINEAL.

- Las matrices como herramientas para representar datos estructurados en tablas y grafos. Traspuesta de una matriz. Suma de matrices. Producto de un número real por una matriz. Producto de matrices. Potencias de una matriz cuadrada. Propiedades de las operaciones con matrices. *(Se pretende que el estudiante sea capaz de realizar con corrección manipulaciones algebraicas con matrices, aunque no se exigirá la demostración de las propiedades).*
- Determinantes. Definición y propiedades. Cálculo de determinantes de orden dos y tres, utilizando la regla de Sarrus. Propiedades elementales de los determinantes. Aplicación al desarrollo de determinantes de orden superior. *(No se exigirá la demostración de las propiedades).*
- Matrices inversas. Cálculo de la inversa de una matriz cuadrada de orden no superior a tres. Estudio de la inversa de una matriz dependiente de un parámetro. Ecuaciones matriciales.
- Rango de una matriz. Estudio del rango de una matriz que depende como máximo de un parámetro.
- Sistemas de ecuaciones lineales. Representación en forma matricial. Resolución de sistemas compatibles. Discusión de las soluciones de sistemas lineales dependientes de parámetros. Sistemas homogéneos. *(Los sistemas lineales tendrán como máximo cuatro ecuaciones y cuatro incógnitas y dependerán a lo sumo de un parámetro).*
- Planteamiento y resolución de problemas cuya solución puede obtenerse a partir de un sistema lineal de, como máximo, tres ecuaciones con tres incógnitas.

## GEOMETRÍA

- Vectores. Operaciones con vectores. Dependencia e independencia lineal. Bases. Coordenadas.
- Producto escalar: definición, propiedades e interpretación geométrica. Vectores unitarios, ortogonales y ortonormales. Módulo. Ángulo entre dos vectores. Proyección de un vector sobre otro.
- Producto vectorial: definición, propiedades e interpretación geométrica.
- Producto mixto de tres vectores: definición, propiedades e interpretación geométrica.
- Ecuaciones de rectas en el espacio. Ecuaciones de planos. Posición relativa de puntos, rectas y planos en el espacio. Distancia entre

puntos, rectas y planos. Haces de planos. Perpendicular común a dos rectas. Ángulos entre rectas y planos.

- Áreas de paralelogramos y triángulos. Volúmenes de prismas y tetraedros.
- Ecuación de la superficie esférica. Resolución de problemas.

Leganés, 15 de Junio de 2011