PAU Madrid. Matemáticas II. Año 2008. Examen de junio.

Opción B. Ejercicio 3. Valor: 2 puntos.

Dados los puntos $A = (0, 0, 0)$, $B = (1, 0, -1)$, $C = (0, 1, -2)$ y $D = (1, 2, 0)$, se pide:

a) (0,5 puntos). Demostrar que los cuatro puntos no son coplanarios.

b) (1 punto). Hallar la ecuación del plano π determinado por los puntos A, B y C.

c) (0,5 puntos). Hallar la distancia del punto D al plano π.

a) Si el producto mixto $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}]$ es distinto de cero, los puntos no son coplanarios:

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}] = [(1, 0, -1), (0, 1, -2), (1, 2, 0)] = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 1 + 4 = 5 \neq 0$$

b) El plano π pasa por el punto A y está generado por los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$.

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = x + 2y + z \Rightarrow \pi \equiv x + 2y + z = 0$$

$\boxed{\text{Solución}}$ $\pi \equiv x + 2y + z = 0$

c) $d(D, \pi) = \dfrac{|1 + 2 \cdot 2 + 0|}{\sqrt{1 + 4 + 1}} = \dfrac{5}{\sqrt{6}} = 2.041$

$\boxed{\text{Solución}}$ $d(D, \pi) = 2.041\, u$