

Opción A. Ejercicio 1. Valor: 2 puntos.

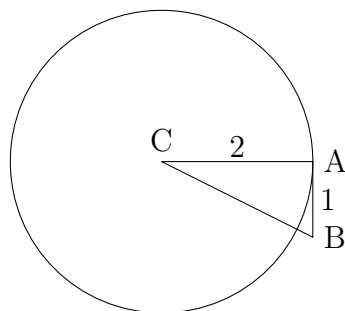
Se considera una varilla  $AB$  de longitud 1. El extremo  $A$  de esta varilla recorre completamente la circunferencia de ecuación  $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ ; la varilla se mantiene en todo momento tangente a dicha circunferencia.

- a) (1 punto) Determinar el lugar geométrico descrito por el extremo  $B$  de la varilla.
- b) (1 punto) Obtener la ecuación cartesiana de dicho lugar geométrico.

a) Encontramos el centro y el radio de la circunferencia dada:

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 4 \Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 2^2$$

El centro es  $C = (2, 1)$  y el radio es  $R = 2$



El triángulo  $ABC$  es rectángulo en  $A$ , de modo que  $d(B, C) = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

**Solución** El punto  $B$  describe la circunferencia de centro el punto  $(2, 1)$  y radio  $\sqrt{5}$

b) La ecuación de la circunferencia de centro el punto  $(2, 1)$  y radio  $\sqrt{5}$  es

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = (\sqrt{5})^2 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 5 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$$

**Solución**  $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$