

PAU Madrid. Matemáticas II. Año 2002. Examen de junio.

Opción A. Ejercicio 2. Valor: 2 puntos.

Calcular el rango de la matriz A según los diferentes valores del parámetro real a :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & a & 2 \\ -1 & 0 & -1 & 3 \\ 5 & a+4 & -4 & -3 \end{bmatrix}$$

La matriz A tiene un menor de orden dos no nulo: $\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 6 + 2 = 8$, luego $rg(A) \geq 2$

El rango de A será 3 cuando el menor de orden dos no nulo se pueda ampliar con alguna de las otras dos columnas a un menor de orden tres no nulo.

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 5 & a+4 & -3 \end{vmatrix} = -(a+4) \cdot \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = -(a+4) \cdot 8 = 0 \Rightarrow a = -4$$

$$\begin{vmatrix} 2 & a & 2 \\ -1 & -1 & 3 \\ 5 & -4 & -3 \end{vmatrix} = 6 + 15a + 8 + 10 - 3a + 24 = 12a + 48 = 0 \Rightarrow a = -4$$

Solución

Si $a = -4$ el rango de A es 2; en cualquier otro caso es 3.