

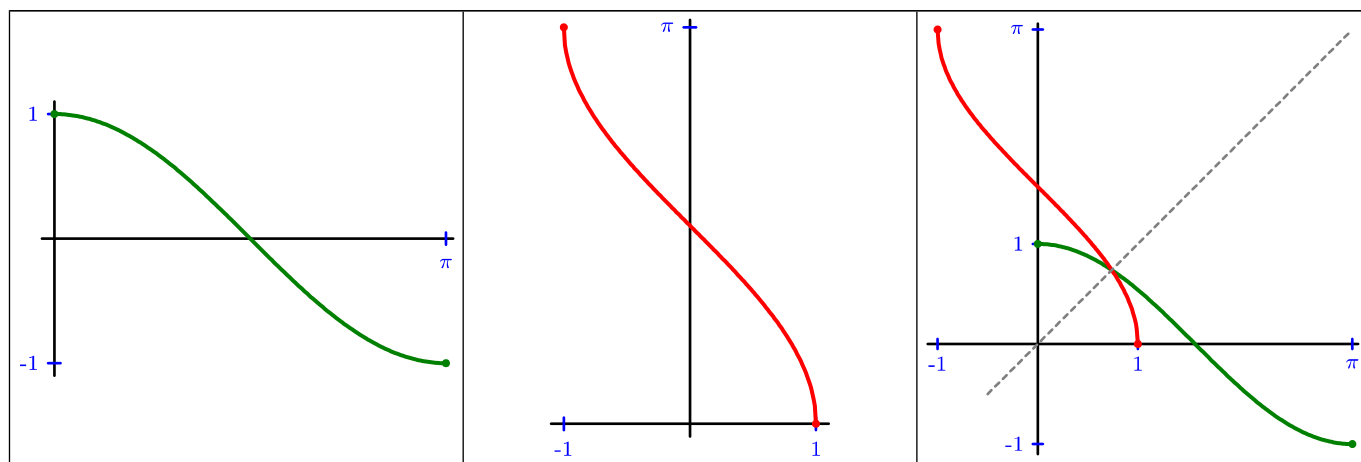
La función arco coseno

La función arco coseno es la función inversa de la función coseno. Por eso las calculadoras rotulan su tecla como **COS⁻¹**, con la notación usual para las funciones inversas. Su símbolo es **arccos**, sin cambios respecto al nivel 4 de este curso.

La definición que usábamos entonces funcionaba bien porque el coseno es una función biyectiva para los ángulos agudos. Pero ahora que hemos extendido la definición a cualquier ángulo, aparece el problema de que ahora la función no es biyectiva. Para resolver este inconveniente, utilizaremos a técnica usual: restringir voluntariamente el dominio de la función para que sí lo sea.

Si examinamos la gráfica de la función coseno, vemos que hay varias alternativas, ya que se trata de buscar un intervalo de la recta real en el que se cubran todos los valores que toma el coseno, el intervalo $[-1,1]$, con una función inyectiva. Hace mucho tiempo que se convino que ese intervalo fuera el $[0,\pi]$.

Así pues, en vez de considerar la función « $\cos: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ », consideraremos esta otra: « $\cos: [0,\pi] \rightarrow [-1,1]$ », que sí es biyectiva. Vemos a la izquierda su gráfica, en el centro la gráfica de la función arco coseno y a la derecha ambas, para que compruebes que, como cada pareja de funciones inversas, sus gráficas son simétricas respecto a la recta de ecuación « $y = x$ ».



Definición de la función arco coseno

La función arco coseno: « $\arccos: [-1,1] \rightarrow [0,\pi]$ ».

Si $a \in [-1,1]$, se define el $\arccos(a)$ como el único número α del intervalo $[0,\pi]$ que verifica $\cos(\alpha) = a$.

Valores que debes conocer

Por supuesto que usaremos la calculadora en casi todos los casos, pero hay algunos valores que debes saber de memoria, sin dudarlo:

Con el resultado en radianes	Con el resultado en grados sexagesimales
$\arccos(-1) = \pi$	$\arccos(-1) = 180^\circ$
$\arccos(0) = \frac{\pi}{2}$	$\arccos(0) = 90^\circ$
$\arccos(1) = 0$	$\arccos(1) = 0^\circ$