

Funciones periódicas

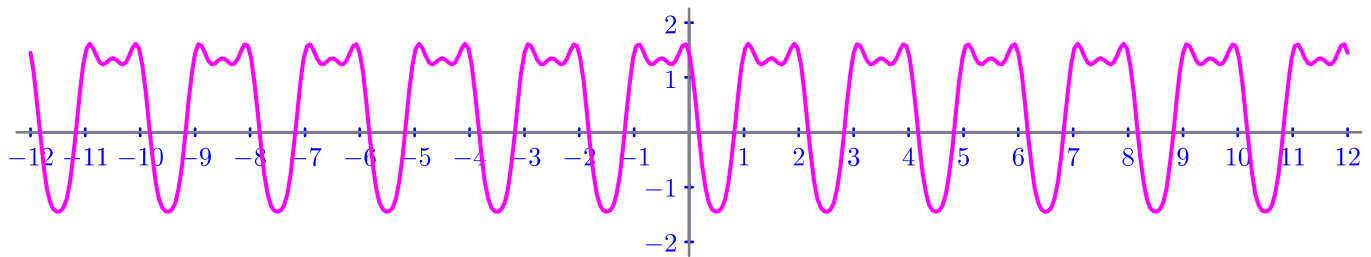
Con lenguaje sencillo: decimos que una función es periódica cuando sus valores se van repitiendo exactamente cada cierto valor, que llamamos periodo. Pero es mejor expresar esta idea de una manera más precisa, en lenguaje matemático:

La función real de variable real «f» es periódica de periodo «t» cuando

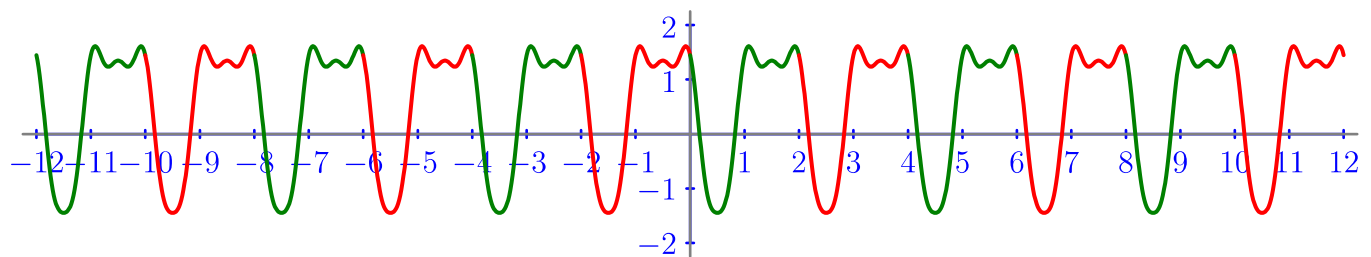
$$f(x+t) = f(x) \text{ para cualquier valor real de } x$$

Ejemplo

La siguiente función es periódica con periodo 2:



Para que lo aprecies mejor, coloreamos cada tramo de longitud 2 con colores alternantes (podríamos empezar los tramos en cualquier punto, hemos escogido el 0):



Propiedad

Si una función es periódica con periodo «t», también es periódica con periodo «nt», siendo «n» cualquier número entero.

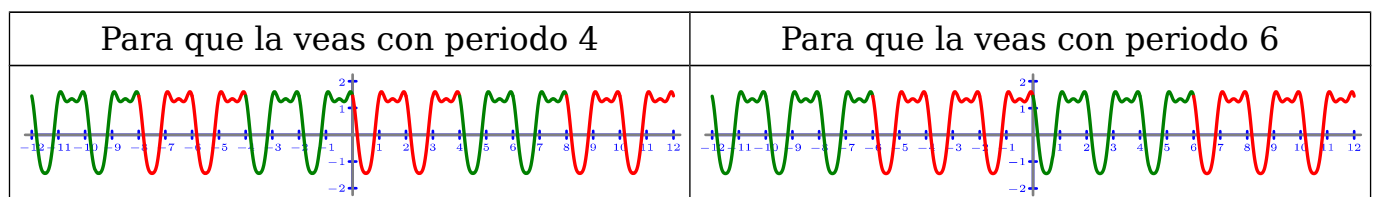
Idea de la demostración

Llamamos «f» a la función periódica y vamos a demostrar que también es periódica con periodo «2t». No es la demostración completa, pero te da una idea:

$$f(x+2t) = f(x+t+t) = f(x+t) = f(x)$$

Ejemplos

La función del ejemplo anterior también es periódica con periodo -2, 4, 6, 8, etc.



Periodo fundamental

Si una función es periódica, tiene infinitos periodos. Llamamos periodo fundamental o principal al menor número positivo que sea periodo.

La función que estamos usando de ejemplo tiene periodo fundamental 2.