Enunciado

Una empresa ganadera quiere asegurar que sus vacas reciben cada mes al menos 480 mg del compuesto A, 300 mg del compuesto B y 240 mg del compuesto C. Para ello puede utilizar dos productos comerciales: el producto X contiene raciones con 20 mg de A, 10 mg de B y 20 mg de C; el producto Y contiene raciones con 30 mg de A, 30 mg de B y 10 mg de C. Cada bolsa de X cuesta 50 euros y cada bolsa de Y cuesta 70 euros. Calcula cuántas bolsas de cada producto debe comprar para garantizar la correcta alimentación de sus vacas gastando lo menos posible.

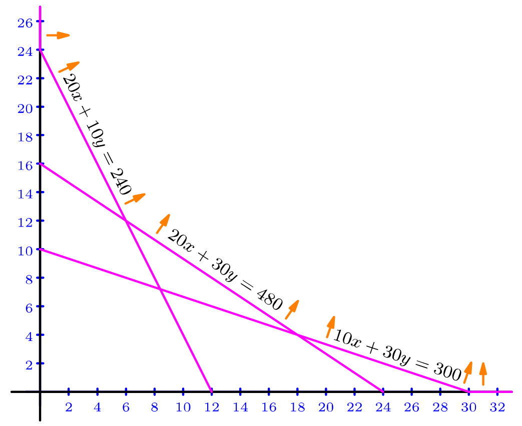
Resolución

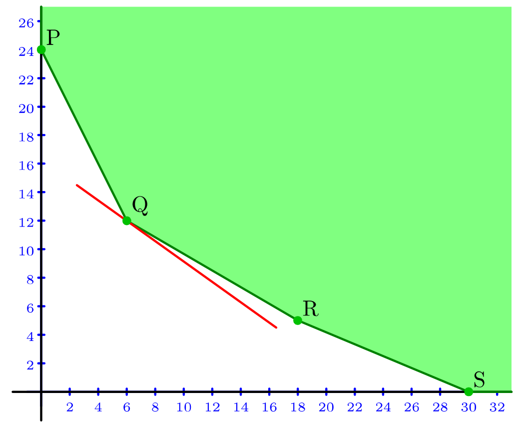
Llamamos «x» e «y» a los números de bolsas de producto X e Y, respectivamente. Los dos números deben ser enteros no negativos.

- ✱ Para garantizar el suministro de compuesto A debe ser $20x+30y \geqslant 480$.
- ✱ Para garantizar el suministro de compuesto B debe ser $10x+30y \geqslant 300$.
- ✱ Para garantizar el suministro de compuesto C debe ser $20x+10y \geqslant 240$.
- ✱ El gasto generado se calcula con la expresión «$50x+70y$».

Hay que calcular en qué punto de coordenadas enteras que sea solución del sistema de inecuaciones de abajo a la izquierda la función objetivo $G(x,y)=50x+70y$ alcanza el menor valor.

$$\begin{cases} 20x+30y \geqslant 480 \\ 10x+30y \geqslant 300 \\ 20x+10y \geqslant 240 \\ x \geqslant 0 \\ y \geqslant 0 \end{cases}$$





Arriba en el centro mostramos el cálculo para averiguar el área factible y arriba a la derecha el área factible (que es infinita) marcando sus vértices, que calculamos:

$\begin{cases} 20x+10y=240 \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow \dots \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=24 \end{cases} \Rightarrow P=(0,24)$	$\begin{cases} 20x+10y=240 \\ 20x+30y=480 \end{cases} \Rightarrow \dots \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=12 \end{cases} \Rightarrow Q=(6,12)$
$\begin{cases} 10x+30y=300 \\ 20x+30y=480 \end{cases} \Rightarrow \dots \Rightarrow \begin{cases} x=18 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow R=(18,4)$	$\begin{cases} 10x+30y=300 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow \dots \Rightarrow \begin{cases} x=30 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow S=(30,0)$

Calculamos el valor de la función objetivo en cada vértice:

- ✱ $P=(0,24) \Rightarrow G(0,24)=50\cdot0+70\cdot24=1680$
- ✱ $Q=(6,12) \Rightarrow G(6,12)=50\cdot6+70\cdot12=1140$
- ✱ $R=(18,4) \Rightarrow G(18,4)=50\cdot18+70\cdot4=1180$
- ✱ $S=(30,0) \Rightarrow G(30,0)=50\cdot30+70\cdot0=1500$

Vemos que en el punto $Q=(6,12)$ se alcanza el menor valor, 1140.

Solución: hay que comprar seis bolsas del producto X y doce bolsas del producto Y.

