Enunciados

① Sean la función «$F(x,y) = 5x-3y$» y la región del plano R definida mediante las inecuaciones $2x-3y \le 1$; $4x+y \le 9$; $x+y \le 5$; $9x-y \ge 0$; $y \ge 0$.

a) Calcula los vértices de R. Da como fracción irreducible las coordenadas que no sean enteras.

b) Calcula los puntos de la región R donde F alcanza el máximo y el mínimo y calcula sus correspondientes valores.

② Sean la función «$f(x,y) = x-y$» y el conjunto A de puntos del plano definido como $A = \{(x,y) : 3x+y \ge 15,\ y-x \le -5,\ 2x+3y \le 60,\ y \ge 0\}$.

a) Calcula los vértices de A.

b) Calcula el punto de la región A donde f alcanza el máximo y calcula cuál es ese valor máximo.

c) ¿Se podría eliminar alguna de las desigualdades que definen el conjunto A de manera que se obtenga el mismo conjunto?

③ En el siguiente problema de programación lineal, optimiza la función «$f(x,y) = -x-5y+10$» sujeta a las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} x-y \ge 0 \\ -4 \le x \le 4 \\ -1 \le y \le 1 \end{cases}$$

a) Determina los vértices de la región factible.

b) Indica los puntos óptimos (máximo y mínimo) y sus respectivos valores.

④ Considera el sistema de inecuaciones dado por $x+y \le 4$, $3x \le 4+5y$, $y \le 7x+12$.

a) Calcula los vértices de la región factible determinada por el sistema de inecuaciones anterior.

b) Determina, si existen, los valores máximo y mínimo que alcanza la función «$f(x,y) = 6x-10y$» sujeta a las restricciones definidas por el sistema de inecuaciones anterior, y en qué puntos se alcanzan.

⑤ Considera la región del plano formada por los puntos (x,y) que verifican simultánemente todas estas desigualdades: $0 \le y$, $0 \le x$, $x+y \le 4$, $x+2y \le 6$, $x \le 3$.

a) Calcula los vértices de esta región.

b) Estudia respectivamente en qué puntos de dicha región toman su valor máximo las siguientes funciones: (i) $x+\frac{1}{2}y$ (ii) $x+\frac{3}{2}y$ (iii) $x+3y$

⑥ Considera la región del plano S definida por:

$S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x+2y \ge 4;\ x+2y \le 12;\ x \le 4;\ -x+2y \le 12\}$

a) Calcula los vértices de la región S.

b) Determina los puntos en los que la función «$f(x,y) = 3x-y$» alcanza sus valores máximo y mínimo en S, indicando el valor de f en dichos puntos.

Soluciones

① (a) $(0,0)$, $\left(\frac{1}{2},\frac{9}{2}\right)$, $\left(\frac{4}{3},\frac{11}{3}\right)$, $(2,1)$ y $\left(\frac{1}{2},0\right)$.

(b) El máximo valor de la función es 7 y se alcanza en el punto (2,1).

El mínimo valor de la función es –11 y se alcanza en $\left(\frac{1}{2},\frac{9}{2}\right)$.

② (a) (5,0), (15,10) y (30,0).

(b) El máximo valor de la función es 30 y se alcanza en el punto (30,0).

(c) Se puede eliminar la inecuación $3x+y \geq 15$.

③ (a) (−1,−1), (1,1), (4,1) y (4,−1).

(b) El máximo valor de la función es 16 y se alcanza en el punto (−1,−1).

El mínimo valor de la función es 1 y se alcanza en el punto (4,1).

④ (a) (−2,−2), (−1,5) y (3,1).

(b) El máximo valor de la función es 8 y se alcanza en los puntos (−2,−2), (3,1) y todos los puntos del segmento que une esos dos puntos.

El mínimo valor de la función es −56 y se alcanza en el punto (−1,5).

⑤ (a) (0,0), (0,3), (2,2), (3,1) y (3,0).

(b) (i) (3,1) (ii) (2,2) (iii) (0,3)

⑥ (a) (−4,4), (0,6), (4,4) y (4,0).

(b) El valor máximo se alcanza en (4,0) y es 12. El valor mínimo se alcanza en (–4,4) y es −16.

Procedencia

Todos los enunciados han sido propuestos en las pruebas de acceso a la universidad de alguna comunidad autónoma española en la asignatura «Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II». Han sido modificados ligeramente para adaptarlos a este curso.

① Andalucía, convocatoria ordinaria del curso 2022-2023, bloque A, ejercicio 1.

② Baleares, julio de 2018, opción B, ejercicio 2.

③ Castilla La Mancha, convocatoria extraordinaria 2023, sección 1, bloque 1, ejercicio 1.

④ Galicia, convocatoria extraordinaria 2025, ejercicio 2.2.

⑤ La Rioja, convocatoria extraordinaria 2023, ejercicio 1.3.

⑥ Madrid, julio 2018, opción A, ejercicio 2.

Agradecimiento

A la gran labor de recopilación y resolución de Juan Antonio Martínez García, disponible en la web `www.ebaumatematicas.com`.