Objetivo del binomio de Newton

Si «a» y «b» son dos monomios cualesquiera y «n» es un número entero no negativo, buscamos cómo desarrollar la expresión «$(a+b)^n$» como suma de monomios.

Ejemplos

Queremos obtener una fórmula general para desarrollar expresiones como estas:

① $(3x+2y)^6$ ② $(2c-5d)^7$

Investigación

Para llegar a una fórmula general, comenzamos por averiguar el desarrollo para los primeros valores de «n» y buscamos un patrón.

$n = 0 \Rightarrow (a+b)^n = (a+b)^0 = 1$

$n = 1 \Rightarrow (a+b)^n = (a+b)^1 = a+b$

$n = 2 \Rightarrow (a+b)^n = (a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

Para los siguientes valores de «n» ya necesitamos hacer operaciones:

$n = 3 \Rightarrow (a+b)^n = (a+b)^3 = (a+b)^2(a+b) = (a^2+2ab+b^2)(a+b) =$

$= a^3+a^2b+2a^2b+2ab^2+ab^2+b^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

Observa que hemos hecho las operaciones cuidadosamente, colocando siempre por orden las letras. Analogamente, podemos llegar a esto (inténtalo tú):

$n = 4 \Rightarrow (a+b)^n = (a+b)^4 = (a+b)^3(a+b) = \ldots = a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$

Escribimos en una tabla lo que hemos obtenido hasta ahora:

Potencia	Desarrollo	Coeficientes	Exponentes de «a»	Exponentes de «b»
$(a+b)^0$	1	1	0	0
$(a+b)^1$	$a+b$	1 1	1 0	0 1
$(a+b)^2$	$a^2+2ab+b^2$	1 2 1	2 1 0	0 1 2
$(a+b)^3$	$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$	1 3 3 1	3 2 1 0	0 1 2 3
$(a+b)^4$	$a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$	1 4 6 4 1	4 3 2 1 0	0 1 2 3 4

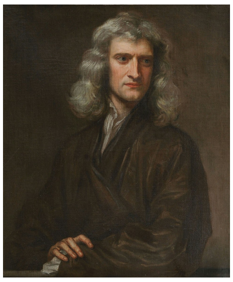
Pensamos que el patrón está claro:

- El desarrollo de $(a+b)^n$ tiene $n+1$ monomios.
- Los coeficientes de los monomios son los números de la fila $n+1$ del triángulo de Pascal (o de Tartaglia).
- Los exponentes de «a» son los números enteros de «n» hasta 0.
- Los exponentes de «b» son los números enteros de 0 hasta «n».

Continuando con este patrón, los siguientes desarrollos deberían ser estos (como, efectivamente, son):

$(a+b)^5 = a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$

$(a+b)^6 = a^6+6a^5b+15a^4b^2+20a^3b^3+15a^2b^4+6ab^5+b^6$



Isaac Newton

Es uno de los matemáticos y científicos en general más importantes de la historia. Era inglés y vivió de 1643 (del calendario gregoriano) a 1727.

