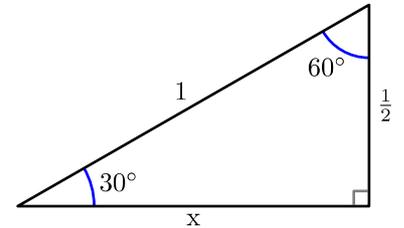


Razones trigonométricas exactas

Algunos ángulos comunes tienen razones trigonométricas que se pueden expresar fácilmente con radicales y fracciones. Se puede averiguar su valor usando triángulos de uso muy habitual

Razones trigonométricas exactas de 30° y 60°

Para averiguarlas necesitamos un triángulo rectángulo con algún ángulo de esa medida. Si en un triángulo equilátero trazamos una altura, obtenemos un triángulo rectángulo cuyos ángulos agudos miden precisamente 30° y 60°. Como para averiguar las razones trigonométricas no influye la longitud de los lados, partiremos de un triángulo equilátero cuyo lado mida la unidad. A la derecha vemos el triángulo rectángulo que vamos a usar.



Calculamos el valor de «x» usando el teorema de Pitágoras:

$$x^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1^2 \Rightarrow x^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Y ahora, las razones trigonométricas:

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{1}{2} : 1 = \frac{1}{2}; \quad \text{cos } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} : 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \text{tg } 30^\circ = \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{sen } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} : 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \text{cos } 60^\circ = \frac{1}{2} : 1 = \frac{1}{2}; \quad \text{tg } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{1}{2} = \sqrt{3}$$

Razones trigonométricas exactas de 45°

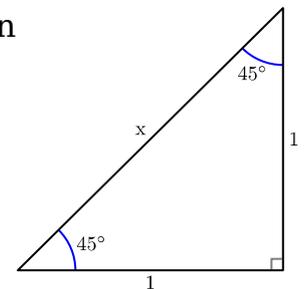
Utilizamos un triángulo rectángulo isósceles cuyos catetos midan la unidad. Lo vemos a la derecha.

Calculamos el valor de «x» usando el teorema de Pitágoras:

$$x^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

Y ahora, las razones trigonométricas:

$$\text{sen } 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \text{cos } 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \text{tg } 45^\circ = 1 : 1 = 1$$



Resumen

En estas tablas ves el resumen de los valores exactos de seno, coseno y tangente de 30°, 45° y 60°. A la izquierda, sin racionalizar; a la derecha, racionalizadas. Utilizarás en cada caso la expresión que más te interese.

	sen	cos	tg
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
45°	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

	sen	cos	tg
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$