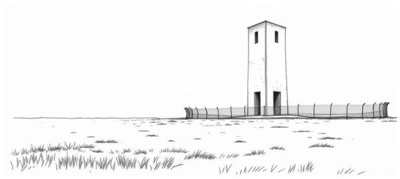
Uso simultáneo de dos triángulos rectángulos

Cuando dos triángulos rectángulos comparten algún lado y conocemos suficientes ángulos de ellos, es posible utilizar un sistema de ecuaciones para averiguar longitudes desconocidas. Podemos usar esta técnica en muchos problemas; aquí la aplicamos para calcular la altura de un punto inaccesible y la distancia hasta su base.

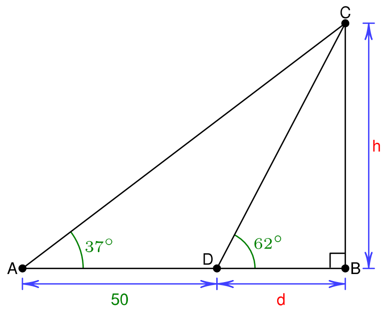
Problema

Nos encontramos en un campo y vemos una torre. Queremos calcular su altura y la distancia a la que nos encontramos de su base, pero no podemos acceder a los alrededores de la torre. Disponemos de instrumentos para medir distancias en el campo y para medir ángulos.



Plan de resolución

Desde donde nos encontramos medimos el ángulo que forma la horizontal con una visual hasta el extremo de la torre. Retrasamos nuestra posición una distancia que determinamos y repetimos la medición del ángulo. Dibujamos el esquema de la derecha.



Los cálculos

En el triángulo rectángulo CDB se verifica: $\operatorname{tg} 62° = \dfrac{h}{d}$

En el triángulo rectángulo CAB se verifica: $\operatorname{tg} 37° = \dfrac{h}{d+50}$

Planteamos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que resolvemos cómodamente por igualación despejando «h»:

$$\left\{\begin{array}{l} \operatorname{tg} 62° = \dfrac{h}{d} \\ \operatorname{tg} 37° = \dfrac{h}{d+50} \end{array}\right. \quad \left|\begin{array}{l} h = d\cdot\operatorname{tg} 62° \\ h = (d+50)\operatorname{tg} 37° \end{array}\right| \; d\cdot\operatorname{tg} 62° = (d+50)\operatorname{tg} 37° \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d\cdot\operatorname{tg} 62° = d\cdot\operatorname{tg} 37° + 50\cdot\operatorname{tg} 37° \Rightarrow d\cdot\operatorname{tg} 62° - d\cdot\operatorname{tg} 37° = 50\cdot\operatorname{tg} 37° \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d\cdot(\operatorname{tg} 62° - \operatorname{tg} 37°) = 50\cdot\operatorname{tg} 37° \Rightarrow d = \frac{50\cdot\operatorname{tg} 37°}{\operatorname{tg} 62° - \operatorname{tg} 37°} = 33{,}43$$

Calculadora en modo angular DEG:

5 0 × TAN 3 7 ÷ (TAN 6 2 – TAN 3 7) = ⇨ 33.42674288

$h = d\cdot\operatorname{tg} 62° = 62{,}87$

Calculadora en modo angular DEG: Ans × TAN 6 2 = ⇨ 62.86655998

Solución

(Nos parece razonable dar la solución en metros con dos decimales.)

La altura de la torre es 62,87 metros.

Nos encontramos a una distancia de la base de la torre de 33,43 metros.

