

Enunciado clásico

En su libro *Summa* el matemático italiano Luca Pacioli (aprox. 1445-1517) recopiló muchos conocimientos de su época. En la parte de geometría propone este problema: «halla los lados de un triángulo sabiendo que el radio de la circunferencia inscrita es cuatro y que los segmentos en que divide a uno de los lados el punto de tangencia miden seis y ocho».

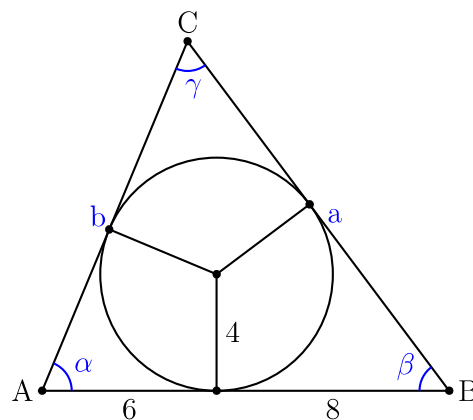
**Justificación**

Para poder extraer varias enseñanzas de este problema, vamos a pedir más magnitudes del triángulo, lo que permitirá afrontar su resolución con varias estrategias diferentes. También vamos a darte el triángulo representado con exactitud para poder nombrar y pedir fácilmente sus elementos.

Enunciado

Dado el triángulo de la figura, se pide:

- ① La longitud del lado a
- ② La longitud del lado b
- ③ La amplitud del ángulo α
- ④ La amplitud del ángulo β
- ⑤ La amplitud del ángulo γ
- ⑥ El área



Da los ángulos en grados, minutos y segundos, redondeando al segundo. Observa que las longitudes se dan sin unidad, así que también se piden sin unidad.

Tu estrategia

Sabes que cuando afrontas la resolución de un problema, lo más importante para ti es la estrategia que se te ocurra; por tanto, en este caso busca tu inspiración y tu modo particular de atacarlo, sin sentirte presionado por usar unas técnicas u otras. Recuerda que no tienes por qué calcular lo que te pide el enunciado en el orden propuesto. Tras tu trabajo particular, te invitamos a que estudies también las dos estrategias que te presentaremos a continuación.

Trabajo preparatorio

Para las dos estrategias que usaremos necesitamos un trabajo común inicial sobre este triángulo: dibujar en él seis triángulos rectángulos, iguales dos a dos, y deducir inmediatamente las longitudes de dos segmentos.

Estrategia algebraica

Se pueden igualar dos expresiones del área para plantear una ecuación con radicales; con la solución de la ecuación se pasa a calcular las longitudes de los lados.

Estrategia trigonométrica

Empezar por calcular las amplitudes de los ángulos α y β , con ellas calcular la amplitud del ángulo γ y con ella las longitudes de los dos segmentos desconocidos.

Triángulos heronianos

El triángulo de este problema es un ejemplo de triángulo heroniano. Busca... ©

Soluciones

- ① 15
- ② 13
- ③ $67^{\circ} 22' 48''$
- ④ $53^{\circ} 7' 48''$
- ⑤ $59^{\circ} 29' 23''$
- ⑥ 84

Observación

Los tres ángulos que damos como solución no suman 180° (a la suma le falta un segundo). Esto se debe a la acumulación de errores de redondeo y se considera admisible. Tus soluciones podrían variar en un segundo de las nuestras, según cómo hayas hecho los cálculos.