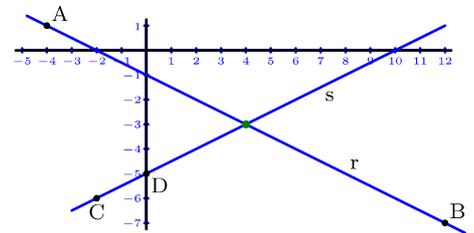


Enunciado

Calcula el punto de corte de la recta que pasa por los puntos A y B y la recta que pasa por los puntos C y D. Datos: $A = (-4, 1)$, $B = (12, -7)$, $C = (-2, -6)$, $D = (0, -5)$.

Resolución

Como el enunciado no pone nombres a las rectas, los ponemos nosotros para trabajar con más comodidad: llamamos «r» a la recta que pasa por A y B y «s» a la recta que pasa por C y D.



Aunque no es necesario hacer un dibujo de la situación, puede ayudar; por ejemplo, si el punto que calculamos se aleja mucho del dibujado, podremos detectar que hemos cometido algún error y eso nos obliga a repasar los cálculos.

Averiguamos las ecuaciones paramétricas de r:

El vector que une dos puntos de r es un vector de dirección:

$$\overrightarrow{AB} = (12 - (-4), -7 - 1) = (16, -8).$$

Es conveniente simplificarlo: $\vec{v}_r = \frac{1}{8}(16, -8) = (2, -1)$

Como punto de r elegimos el punto $A = (-4, 1)$, por ser el más sencillo.

$$\text{Así pues, } r \equiv \begin{cases} x = -4 + 2\lambda \\ y = 1 - \lambda \end{cases}$$

Averiguamos la ecuación implícita de s:

El vector que une dos puntos de s es un vector de dirección:

$$\overrightarrow{CD} = (0 - (-2), -5 - (-6)) = (2, 1), \text{ luego } \vec{v}_s = (2, 1).$$

A partir del vector de dirección, calculamos el vector normal:

$$\vec{v}_s = (2, 1) \Rightarrow \vec{n}_s = (1, -2).$$

Con el vector normal a s escribimos parcialmente la ecuación implícita:

$$\vec{n}_s = (1, -2) \Rightarrow s \equiv x - 2y + c = 0$$

Para averiguar «c» utilizamos el punto D:

$$D = (0, -5) \in s \Rightarrow 0 - 2(-5) + c = 0 \Rightarrow c = -10$$

$$\text{Así pues, } s \equiv x - 2y - 10 = 0$$

Sustituimos los valores de «x» e «y» de r en la ecuación de s:

$$(-4 + 2\lambda) - 2(1 - \lambda) - 10 = 0 \Rightarrow -4 + 2\lambda - 2 + 2\lambda - 10 = 0 \Rightarrow 4\lambda = 16 \Rightarrow \lambda = 4$$

Sustituimos $\lambda = 4$ en la ecuación de r: $\begin{cases} x = -4 + 2 \cdot 4 \\ y = 1 - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \end{cases}$

Solución: $(4, -3)$