Punto de corte de dos rectas secantes

Una de las operaciones más importantes en geometría es determinar el punto de corte de dos rectas secantes. En geometría analítica este problema se traduce en averiguar las coordenadas del punto de corte de dos rectas conocidas una ecuación de cada recta.

Métodos para encontrar el punto de corte de dos rectas secantes

Encontrando el valor de un parámetro

1. Averiguar las ecuaciones paramétricas de una recta y la ecuación implícita de la otra recta.
2. Sustituir en la ecuación implícita los valores de las coordenadas de un punto de la otra.
3. Resolver la ecuación resultante para calcular el valor del parámetro.
4. Sustituir el parámetro en las ecuaciones paramétricas para obtener el punto de corte.

Resolviendo un sistema de ecuaciones

1. Convertir cada ecuación de cada recta en una ecuación con dos incógnitas.
2. Resolver el sistema de ecuaciones formado por las dos ecuaciones.
3. La solución del sistema son las coordenadas del punto de corte.

Enunciados

Calcula el punto de corte de los siguientes pares de rectas.

① $r \equiv \begin{cases} x=1+2\lambda \\ y=-6+3\lambda \end{cases}$; $s \equiv 2x-3y+25=0$ ② $t \equiv x+6y-13=0$; $w \equiv x+y+2=0$

Resoluciones

① Ya tenemos las ecuaciones paramétricas de una recta y la implícita de otra.

Sustituimos los valores de «x» e «y» de r en la ecuación de s:

$2(1+2\lambda)-3(-6+3\lambda)+25=0 \Rightarrow 2+4\lambda+18-9\lambda+25=0 \Rightarrow -5\lambda=-45 \Rightarrow \lambda=9$

Sustituimos $\lambda=9$ en la ecuación de r: $\begin{cases} x=1+2\cdot 9 \\ y=-6+3\cdot 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=19 \\ y=26 \end{cases}$

Solución: (19,26)

Observación: este método de determinar un punto de una recta calculando el valor de un parámetro puede ser usado en muchos otros problemas.

② Convertimos la ecuación de cada recta en una ecuación con dos incógnitas:

$t \equiv x+6y-13=0 \Rightarrow x+6y=13$

$w \equiv x+y+2=0 \Rightarrow x+y=-2$

Resolvemos el sistema $\begin{cases} x+6y=13 \\ x+y=-2 \end{cases}$ por el método que queramos y obtenemos su solución: $\begin{cases} x=-5 \\ y=3 \end{cases}$

Solución: (−5,3)

