Relación entre las ecuaciones de una recta

Todas las ecuaciones de la recta están relacionadas entre sí. Conocida una cualquiera de ellas, podemos averiguar cualquier otra que necesitemos y habrá muchos caminos diferentes para conseguirlo. Te vamos a dar varios ejemplos de cómo hacerlo, pero cuando sea tu turno podrás utilizar tus propias ideas, no tienes por qué hacerlo exactamente como te presentamos.

Enunciados

① Averigua la ecuación implícita de la recta $r \equiv (x,y) = (1,3)+\lambda(2,-5)$

② Averigua las ecuaciones paramétricas de la recta $s \equiv y = \frac{4}{7}x+2$

③ Averigua la ecuación continua de la recta $t \equiv 5x+3y+4 = 0$

④ Averigua la ecuación explícita de la recta $w \equiv \begin{cases} x = 1-3\lambda \\ y = 5+6\lambda \end{cases}$

⑤ Averigua la ecuación implícita de la recta $z \equiv y = -\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}$

Resoluciones

① Averiguamos un vector normal: $\vec{v}_r = (2,-5) \Rightarrow \vec{n}_r = (5,2) \Rightarrow r \equiv 5x+2y+c = 0$

Utilizamos un punto para calcular «c»: $(1,3) \in r \Rightarrow 5\cdot 1+2\cdot 3+c = 0 \Rightarrow c = -11$

Solución: $r \equiv 5x+2y-11 = 0$

② Averiguamos un vector de dirección: $m_s = \frac{4}{7} \Rightarrow \vec{v}_s = (4,7)$

Averiguamos un punto: $x = 0 \Rightarrow y = 2$, luego $(0,2) \in s$

Solución: $s \equiv \begin{cases} x = 4\lambda \\ y = 2+7\lambda \end{cases}$

③ Averiguamos un vector de dirección: $\vec{n}_t = (5,3) \Rightarrow \vec{v}_t = (3,-5)$

Averiguamos un punto: $x = 1 \Rightarrow y = -3$, luego $(1,-3) \in t$

Solución: $t \equiv \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{-5}$

④ Calculamos la pendiente: $\vec{v}_w = (-3,6) \Rightarrow m_w = \frac{6}{-3} = -2 \Rightarrow y = -2x+q$

Utilizamos un punto para calcular «q»: $(1,5) \in w \Rightarrow 5 = -2\cdot 1+q \Rightarrow q = 7$

Solución: $r \equiv y = -2x+7$

⑤ Multiplicamos toda la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores y pasamos todos los términos a un miembro, colocándolos en el orden de la ecuación implícita:

$y = -\frac{1}{2}x+\frac{2}{3} \Rightarrow 6y=-3x+4 \Rightarrow 3x+6y-4 = 0$

Solución: $z \equiv 3x+6y-4 = 0$

