

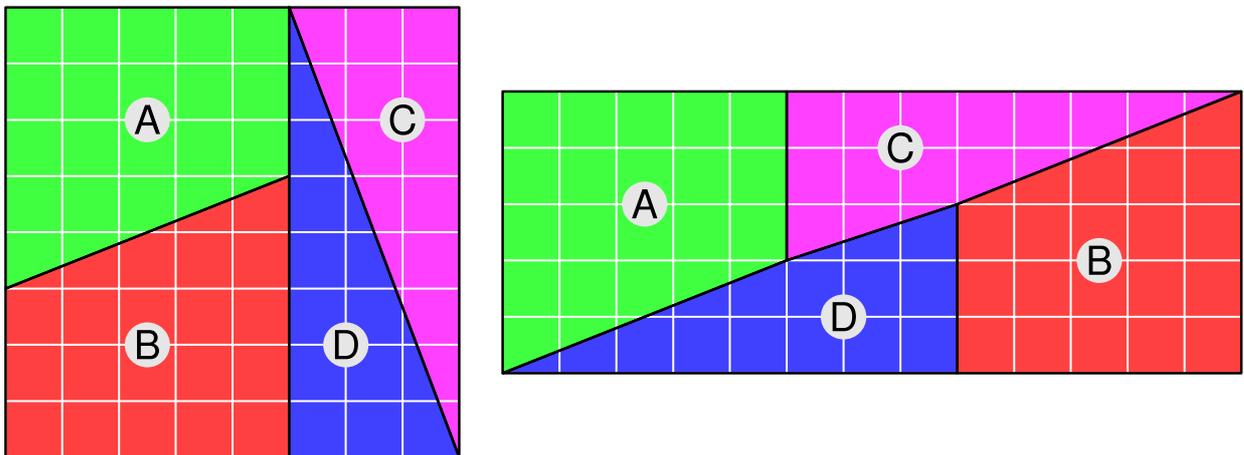
La paradoja del cuadrado perdido

Se conocen con ese nombre varios acertijos en los que se presentan dos figuras que deberían tener la misma área, pero aparentan no tenerla. Naturalmente, todos los acertijos sacan ventaja de algún tipo de sutil aprovechamiento de pequeñas diferencias entre las figuras, que pueden pasar desapercibidas a primera vista, pero no tras un estudio riguroso. Te presentamos dos paradojas para que tú busques alguna explicación.

Enunciados

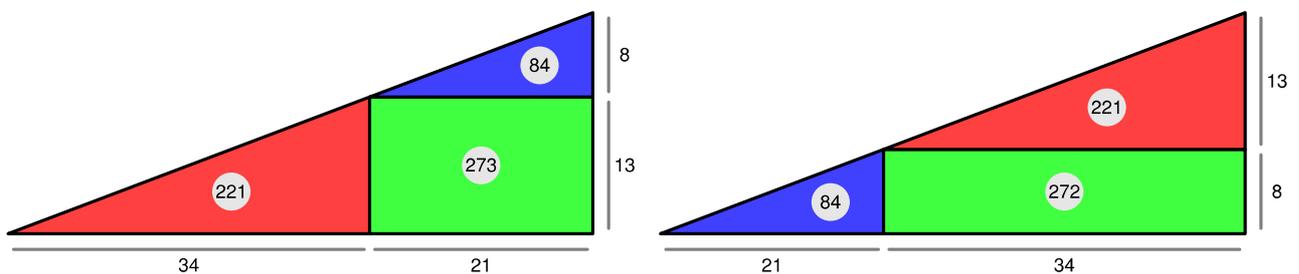
- ① Esta paradoja se atribuye al matemático británico Charles Lutwidge Dodgson (1832-1898), conocido popularmente por su seudónimo Lewis Carroll.

La figura de la izquierda es un cuadrado de 8 unidades de lado; por tanto tiene un área de 64 unidades cuadradas. La dividimos en cuatro piezas, que re-colocamos tal como se muestra en la figura de la derecha. Las piezas ahora forman un rectángulo de 5 unidades de altura y 13 de longitud, por lo que su área es 65 unidades cuadradas.



- ② Esta paradoja se atribuye al mago Paul Curry. Es interesante destacar que en ella aparecen términos consecutivos de la sucesión de Fibonacci.

Las siguientes figuras muestran dos descomposiciones en tres piezas del mismo triángulo rectángulo, cuyos catetos miden 55 y 21 unidades.



Si calculamos el área del triángulo sumando las áreas de las tres piezas de la figura de la izquierda:

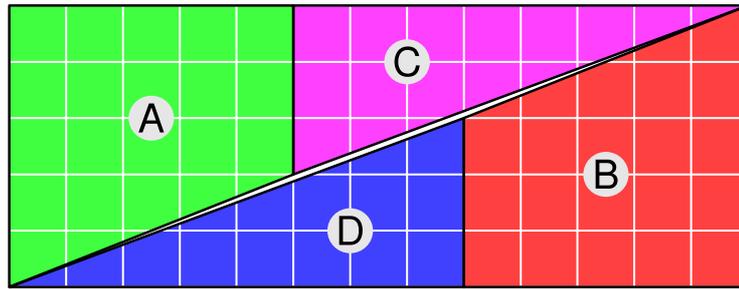
$$21 \cdot 8 : 2 + 34 \cdot 13 : 2 + 21 \cdot 13 = 84 + 221 + 273 = 578$$

Si calculamos el área del triángulo sumando las áreas de las tres piezas de la figura de la derecha:

$$21 \cdot 8 : 2 + 34 \cdot 13 : 2 + 34 \cdot 8 = 84 + 221 + 272 = 577$$

Soluciones

- ① En el enunciado, la figura de la derecha no está bien dibujada: las piezas C y D no son correctas; se han dibujado cuadriláteros, cuando realmente son triángulos. La figura correcta es esta:



Los puntos $(0,0)$, $(5,2)$ y $(8,3)$ no están alineados.

Los puntos $(5,2)$, $(8,3)$ y $(13,5)$ no están alineados.

- ② Ninguna de las dos figuras corresponde a un triángulo.

Un triángulo rectángulo cuyos lados midan 55 y 21 realmente tiene un área de $55 \cdot 21 : 2 = 577,5$ unidades cuadradas.

Las dos figuras son cuadriláteros que tienen lados de la misma longitud, pero el de la izquierda es convexo y el de la derecha es cóncavo. Esto explica que el de la izquierda tenga mayor área que el de la derecha.

Los puntos $(0,0)$, $(34,13)$ y $(55,21)$ no están alineados.

Los puntos $(0,0)$, $(21,8)$ y $(55,21)$ no están alineados.

La pendiente de la hipotenusa del triángulo rojo es $13 : 34 = 0,3824$

La pendiente de la hipotenusa del triángulo azul es $8 : 21 = 0,3810$