Enunciado

Una urna contiene tres bolas verdes y cinco bolas rojas del mismo tamaño y material, totalmente indistinguibles salvo por el color. Se realiza el experimento aleatorio consistente en extraer consecutivamente dos bolas de la urna y decir el color de la primera y de la segunda bola. Responde a cada pregunta en estos casos:

a) Las extracciones se realizan sin reemplazamiento; es decir: la primera bola extraída no se devuelve a la urna.

b) Las extracciones se realizan con reemplazamiento; es decir: la primera bola extraída se devuelve a la urna.

① Describe el espacio muestral explicando tu notación y di si es equiprobable.

② Describe un espacio muestral auxiliar que sea equiprobable.

③ Calcula con dos cifras significativas la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean rojas.

Resolución

① Indicamos con «V» la extración de una bola verde, con «R» la de una bola roja y con una pareja de esas letras las dos extracciones. Del enunciado se deduce que el orden importa, luego en los dos casos el espacio muestral es E = {VV, VR, RV, RR}, que no es equiprobable porque hay más bolas rojas que verdes.

② Para poder usar un espacio muestral equiprobable consideramos que las bolas sí son distinguibles (podrían estar numeradas) y las vemos así: ❶❷❸❶❷❸❹❺.

Los espacios muestrales auxiliares son:

(a) E_{aux} = {❶❷,❶❸,...,❺❸,❺❹}, (b) E_{aux} = {❶❶,❶❷,...,❺❹,❺❺}

③ Utilizamos la siguiente notación:

Suceso R1: «la primera bola extraída ha sido roja».

Suceso R2: «la segunda bola extraída ha sido roja».

(a) Resuelto con probabilidad condicionada (R1 y R2 son dependientes):

$$p(RR) = p(R1 \cap R2) = p(R1) \cdot p(R2|R1) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = 0{,}36$$

Observa que cuando la primera bola extraída es roja, en la urna quedan cuatro bolas rojas de un total de siete bolas.

(a) Resuelto con combinatoria: $p(RR) = \dfrac{V_{5,2}}{V_{8,2}} = \dfrac{5 \cdot 4}{8 \cdot 7} = 0{,}36$

(b) Resuelto con probabilidad condicionada (R1 y R2 son independientes):

$$p(RR) = p(R1 \cap R2) = p(R1) \cdot p(R2) = \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} = 0{,}39$$

Observa que cuando las extracciones son con reemplazamiento, lo que se obtenga en la primera no influye en la segunda.

(b) Resuelto con combinatoria: $p(RR) = \dfrac{VR_{5,2}}{VR_{8,2}} = \dfrac{5^2}{8^2} = 0{,}39$

