Producto de radicales del mismo índice

Si a y b son dos números reales no negativos y n es un número natural, se verifica:

$$\boxed{\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}}$$

Demostración

$\left(\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}\right)^n = \left(\sqrt[n]{a}\right)^n\cdot\left(\sqrt[n]{b}\right)^n = ab$

Cociente de radicales del mismo índice

Si a y b son dos números reales no negativos y n es un número natural, se verifica:

$$\boxed{\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}}$$

Demostración

$\left(\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}\right)^n = \frac{\left(\sqrt[n]{a}\right)^n}{\left(\sqrt[n]{b}\right)^n} = \frac{a}{b}$

Modos de uso

✱ Si utilizamos las igualdades de izquierda a derecha, estamos **descomponiendo** el radical.

- Ejemplo 1: $\sqrt[3]{24}=\sqrt[3]{8\cdot 3}=\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt[3]{3}=2\sqrt[3]{3}$.
- Ejemplo 2: $\sqrt{45}=\sqrt{9\cdot 5}=\sqrt{9}\cdot\sqrt{5}=3\sqrt{5}$.
- Ejemplo 3: $\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Ejemplo 4: $\sqrt[3]{\frac{2}{27}}=\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{27}}=\frac{\sqrt[3]{2}}{3}$.

✱ Si utilizamos las igualdades de derecha a izquierda, estamos **combinando** los radicales.

- Ejemplo 5: $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}=\sqrt{2\cdot 8}=\sqrt{16}=4$.
- Ejemplo 6: $\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt[3]{3}=\sqrt[3]{9\cdot 3}=\sqrt[3]{27}=3$.
- Ejemplo 7: $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{32}{2}}=\sqrt{16}=4$.
- Ejemplo 8: $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}}=\sqrt[3]{\frac{81}{3}}=\sqrt[3]{27}=3$

Utilidad

Estas transformaciones son muy útiles para simplificar al máximo algunas expresiones con radicales.

✱ Ejemplo 9: $\sqrt{6}\cdot\sqrt{10}=\sqrt{6\cdot 10}=\sqrt{60}=\sqrt{4\cdot 15}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{15}=2\sqrt{15}$.

✱ Ejemplo 10: $\frac{\sqrt{66}}{\sqrt{24}}=\sqrt{\frac{66}{24}}=\sqrt{\frac{11}{4}}=\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{4}}=\frac{\sqrt{11}}{2}$.

