

Problemas similares

Los siguientes problemas tienen unas resoluciones tan parecidas que en matemáticas se consideran el mismo problema cuando se estudian en general.

- ① ¿De cuántas maneras se pueden repartir cuatro bolas idénticas en dos urnas diferentes?
- ② ¿De cuántas maneras, éticas o no, se pueden repartir diez caramelos iguales a cuatro niños y niñas?

En los dos problemas consideramos un conjunto con cierto número de elementos (que llamaremos «m») del que hay que elegir un elemento, que se puede elegir más de una vez, un determinado número de veces (que llamaremos «n»).

En el problema (1), $m=2$, $n=4$; en el (2), $m=4$, $n=10$

Combinaciones con repetición

Llamamos combinaciones con repetición de «m» elementos tomados de «n» en «n» a la cantidad de posibles maneras elegir uno de los «m» elementos «n» veces, pudiendo repetir el elemento elegido. Se escribe $CR_{m,n}$ o bien CR_m^n .

Fórmula de las combinaciones con repetición

Las combinaciones de «m» elementos tomados de «n» en «n» es igual las combinaciones de «m+n-1» elementos tomados de «n» en «n».

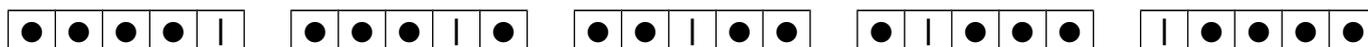
$$C_{m,n} = C_{m+n-1,n}$$

Ejemplo 1: $C_{2,4} = C_{5,4} = \frac{V_{5,4}}{P_4} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5$; mejor: $C_{2,4} = C_{5,4} = C_{5,1} = 5$

Ejemplo 2: $C_{4,10} = C_{13,10} = C_{13,3} = \frac{V_{13,3}}{P_3} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 13 \cdot 2 \cdot 11 = 286$

Idea de la demostración

Ilustramos el problema (1) usando el símbolo «●» para las bolas y el símbolo «|» como el separador del contenido de las dos urnas. Las cinco soluciones son:



Hemos convertido el problema original en otro, que consiste en rellenar 5 huecos eligiendo 4 lugares para las bolas, lo que es $C_{5,4}$. Los cinco huecos salen de las 4 bolas más 1 separador, porque para dos urnas solo hace falta un separador; con «n» urnas harían falta «n-1» separadores, de ahí viene el «m+n-1».

Calculadora

Usaremos la tecla de combinaciones para calcular combinaciones con repetición.

Ejemplo 3: $C_{2,4} = C_{5,4} = 5$. Calculadora: **5 nCr 4 =** (pero mejor sin calculadora).

Ejemplo 4: $C_{4,10} = C_{13,10} = 286$. Calculadora: **13 nCr 3 =**

Resolución de los problemas

Reconocer el patrón de las combinaciones con repetición puede ser más difícil que el de otros patrones de la combinatoria, pero es una enorme ayuda.

Soluciones: ① 5 ② 286