

### Problemas similares

Los siguientes problemas tienen unas resoluciones tan parecidas que en matemáticas se consideran el mismo problema cuando se estudian en general.

- ① ¿De cuántas maneras se pueden repartir ocho personas tres premios del mismo valor?
- ② Si doce equipos juegan una competición por el sistema de liguilla y pasan a la siguiente fase los cuatro primeros, ¿de cuántas maneras se pueden clasificar?

En los dos problemas consideramos un conjunto con cierto número de elementos (que llamaremos «m») del que hay que elegir un subconjunto con otro número de elementos (que llamaremos «n»).

En el problema (1),  $m=8$ ,  $n=3$ ; en el (2),  $m=12$ ,  $n=4$

### Combinaciones

Llamamos combinaciones de «m» elementos tomados de «n» en «n», siendo  $m \geq n$ , a la cantidad de posibles elecciones de «n» elementos de entre los «m». Se escribe  $C_{m,n}$  o bien  $C_m^n$ .

### Fórmula de las combinaciones

Las combinaciones de «m» elementos tomados de «n» en «n» (con  $m \geq n$ ) es igual al cociente las variaciones de «m» elementos tomados de «n» en «n» entre las permutaciones de «n» elementos.

$$C_{m,n} = \frac{V_{m,n}}{P_n}$$

Ejemplo 1:  $C_{8,3} = \frac{V_{8,3}}{P_3} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 8 \cdot 7 = 56$

Ejemplo 2:  $C_{12,4} = \frac{V_{12,4}}{P_4} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 11 \cdot 5 \cdot 9 = 495$

### Idea de la demostración

Vemos la idea de la demostración observando qué ocurre cuando elegimos del conjunto  $\{A,B,C\}$  dos elementos. Las variaciones son  $\{AB, BA, AC, CA, BC, CB\}$ ; hay que dividir su número entre las permutaciones de 2, porque las variaciones «AB» y «BA» son la misma combinación. En general, dos variaciones que solo cambien en el orden de los elementos son la misma combinación; de ahí la necesidad de dividir.

### Calculadora

Muchas calculadoras incorporan la tecla **nCr** para calcular combinaciones.

Ejemplo 3:  $C_{8,3} = 56$ . Calculadora: **8 nCr 3 =**

Ejemplo 4:  $C_{12,4} = 495$ . Calculadora: **12 nCr 4 =**

### Resolución de los problemas

Podemos resolver los tres problemas propuestos aplicando la estrategia del producto y observando que hay que hacer una división posterior, pero es mucho más sencillo reconocer en ellos el mismo patrón de problema, que se resuelve mediante combinaciones. Soluciones: ① 56 ② 495