

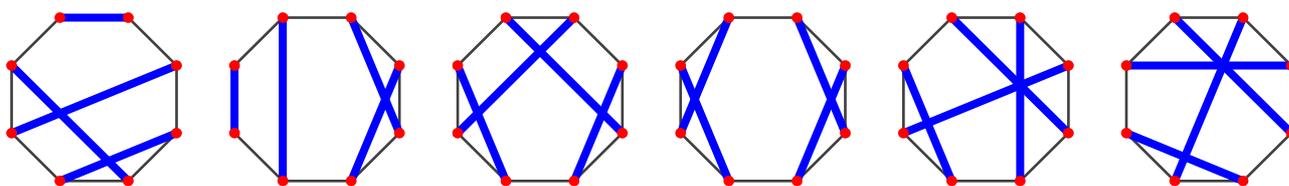
Doble factorial

En varias áreas de la matemática es preciso utilizar el doble factorial. El doble factorial del número natural positivo «n» se define como el producto de los números naturales menores o iguales que «n» que tengan la misma paridad que «n». Se escribe «n!!»; no hay que confundirlo con calcular el factorial del factorial de «n», operación que se escribe «(n!)!».

Ejemplo 1: $8!! = 8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2 = 384$; ejemplo 2: $9!! = 9 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1 = 945$

Enunciados

- ① Calcula de cuántas maneras se pueden emparejar todos los vértices de un octógono regular uniéndolos con una diagonal o un lado. Aquí se muestran varias posibilidades de emparejamiento:



- ② El tutor de una clase de educación secundaria tiene treinta alumnos y alumnas. La dirección le obliga a sentarlos por parejas. Si numeramos los alumnos y alumnas de 1 a 30, vemos abajo, a la izquierda, una posible colocación.

25	13	3	9	20	5	8	4	7	27						
12	2	28	6	30	21	19	22	18	23						
11	24	26	29	10	1	16	14	15	17						

Calcula con cinco cifras significativas de cuántas maneras puede colocar a los alumnos y alumnas, teniendo en cuenta que no importa la situación en el aula de las parejas ni el orden en que se sienta cada pareja. Por ejemplo, los cuatro personajes Drácula, Criatura, Hombre Lobo y Zombi solo se pueden sentar por parejas de las tres maneras que vemos más arriba, a la derecha.

- ③ Un grupo de seis personas entra en un establecimiento a tomar unas bebidas. En el local solo quedan disponibles dos mesas de tres personas cada una. Si no importa de qué manera se sienten en cada mesa, ni en qué mesa se sienta cada uno, calcula de cuántas maneras distintas se pueden distribuir.
- ④ Un grupo de doce personas entra en un establecimiento a tomar unas bebidas. En el local solo quedan disponibles tres mesas de cuatro personas cada una. Si no importa de qué manera se sienten en cada mesa, ni en qué mesa se sienta cada uno, calcula de cuántas maneras distintas se pueden distribuir.
- ⑤ Una persona dirige una asignatura en la universidad. Tiene treinta alumnos y alumnas. Les propone que realicen un trabajo por grupos de seis personas. Calcula con cinco cifras significativas de cuántas maneras se pueden formar los grupos.

Soluciones

- ① 105
- ② $6,1903 \cdot 10^{15}$
- ③ 10
- ④ 5775
- ⑤ $2,7417 \cdot 10^{17}$

Métodos

Casi todos los problemas se pueden resolver de múltiples formas. Esto es particularmente cierto en los problemas que se resuelven usando combinatoria. Ofrecemos el método que hemos utilizado para llegar a las soluciones, sabiendo que tu método puede ser distinto.

- ① $7!!$
- ② $29!!$
- ③ $C_{5,2}$
- ④ $C_{11,3} \cdot C_{7,3}$
- ⑤ $C_{29,6} \cdot C_{23,6} \cdot C_{17,6} \cdot C_{11,6}$