

La dificultad de la colocación en círculo

Hay algunos problemas en los que el simple cálculo de permutaciones nos dará la respuesta incorrecta, porque cada caso se calculará más de una vez. Ocurre muy a menudo cuando los objetos se colocan sobre una circunferencia.

Ponemos un ejemplo: cuando cuatro personas se sientan a una mesa (cuadrada o circular, es igual, porque lo importante es la colocación de las personas) para jugar a un juego por parejas, las dos personas de la pareja se sientan una enfrente de la otra y sus contrincantes quedan a los lados. Lo único importante es la posición relativa de unos con otros, no importa en qué parte concreta de la mesa se sienten, luego permutaciones de cuatro elementos no es la solución correcta. Si Drácula, Criatura, Hombre Lobo y Zombi se sientan a jugar por parejas, estas cuatro posiciones son realmente la misma:



Este tipo de problemas se conoce como **permutaciones circulares**. Te damos la oportunidad de que tú mismo encuentres cómo resolverlos. Si no lo consigieras, junto con las soluciones te ofrecemos la explicación.

Enunciados

- ① Si Drácula, Criatura, Hombre Lobo y Zombi se sientan en una mesa a jugar por parejas, ¿de cuántas maneras pueden hacerlo?
- ② El *Trivial Pursuit* es un juego de mesa desarrollado por Scott Abbott y Chris Haney en 1979. En él, los participantes deben contestar preguntas de seis categorías diferentes. Cuando aciertan la respuesta de una categoría, obtienen una figura de un color (llamado popularmente un «quesito»), que se almacena en un depósito cilíndrico. A la derecha vemos el depósito relleno con los seis quesitos. Cada concursante coloca los quesitos en el orden que quiera. ¿De cuántas maneras lo puede hacer?
- ③ El *hot pot* es una comida común en muchos países de Asia en la que se presenta en la mesa un caldero con caldo caliente rodeado de diversos ingredientes que los comensales van depositando en el caldero para que se cocinen el tiempo que le parezca a cada uno. A la derecha vemos un ejemplo. Si un *hot pot* se presenta con doce ingredientes colocados en círculo alrededor del caldero, ¿de cuántas maneras se puede presentar?



Soluciones

- ① 6
- ② 120
- ③ 39 916 800

Métodos

El método más común para pensar estos problemas consiste en imaginar fijo en una posición uno de los elementos y calcular el número de colocaciones que pueden tener los demás. Por tanto, el número de permutaciones circulares de «n» elementos es $P_{n-1} = (n-1)!$

Según esta explicación, los tres problemas propuestos se resuelven así:

- (1) P_3 (2) P_5 (3) P_{11}

Otra manera que se te puede haber ocurrido para resolver los problemas es dividir las permutaciones de los elementos que intervienen entre el número de elementos que hay. En el primer problema hay cuatro elementos, que se pueden colocar de P_4 maneras, pero entonces cada manera la contaríamos cuatro veces, luego:

- (1) $\frac{P_4}{4} = \frac{4!}{4} = \frac{4 \cdot 3!}{4} = 3!$
(2) $\frac{P_6}{6} = \frac{6!}{6} = \frac{6 \cdot 5!}{6} = 5!$
(3) $\frac{P_{12}}{12} = \frac{12!}{12} = \frac{12 \cdot 11!}{12} = 11!$

Como ves, se llega a la misma fórmula y al mismo resultado.