

## Enunciados

Resuelve los siguientes problemas aplicando la fórmula de las variaciones, variaciones con repetición, permutaciones, permutaciones con repetición, combinaciones o combinaciones con repetición, según corresponda. Da todos los resultados con cinco cifras significativas.

- ① La lotería nacional de España fue introducida por el rey Carlos III en 1763. El método para apostar era tan complicado que se publicaron manuales de ayuda. En esencia, el sorteo consistía en seleccionar cinco números del 1 al 90, importando el orden en que obtenían. A partir de esos números, había distintos tipos de apuestas. ¿De cuántas maneras se podía resolver la elección de los números?
- ② En una fábrica de chocolate y bombones deciden crear una página web para realizar pedidos destinados a regalos personalizados. La fábrica dispone de cincuenta variedades de bombones, todos realizados con las mismas dimensiones, y cajas que admiten veinte bombones. Los usuarios de la página web pueden decidir libremente cuántos bombones de cada variedad eligen hasta completar una caja. ¿De cuántas maneras se puede rellenar la caja?
- ③ El «problema del viajante» es un clásico problema de optimización de recursos originado por la necesidad de encontrar el trayecto más barato que pase por ciertas ciudades sin dejar ninguna. Por ejemplo, la cantante estadounidense Taylor Swift (nacida en 1989) va a dar conciertos en Europa en 2024 en dieciocho ciudades dentro de su gira llamada *The Eras Tour*. ¿De cuántas maneras se pueden visitar las dieciocho ciudades?
- ④ Existe un juego de azar muy popular en muchos países que recibe distintos nombres según el lugar, como lotería o quiniela, además de los nombres propios en cada país. El procedimiento general es el mismo en todos ellos: de entre un conjunto de números se eligen unos cuantos al azar, sin que importe en qué orden se obtienen. Si se eligieran siete números del 1 al 99, ¿cuántos posibles resultados se podrían dar?

- ⑤ El juego de las damas se suele practicar, por conveniencia, en el mismo tablero que el ajedrez. Sin embargo la variante llamada «damas internacionales» utiliza un tablero mayor. A la derecha se ve la posición inicial de las fichas en esta variante. Observa que todas las fichas se sitúan en casillas negras. ¿De cuántas maneras se podrían colocar al azar todas las fichas de modo que solo estuvieran situadas en casillas negras?



- ⑥ El go es un juego muy antiguo, de origen chino, que profesionalmente se juega en un tablero de  $19 \times 19$  líneas, aunque existen tableros más pequeños para facilitar el juego. En una partida de go solo se usan piezas (llamadas «piedras») blancas o negras. A la derecha se ve la posición final de una partida jugada en un tablero de  $13 \times 13$  líneas. Calcula el número de posibles colocaciones de las piedras al final de una partida en un tablero así, sean posiciones legales o no.



## Soluciones

$$\textcircled{1} \quad V_{90,5} = 5,2739 \cdot 10^9$$

$$\textcircled{2} \quad CR_{50,20} = 1,1563 \cdot 10^{17}$$

$$\textcircled{3} \quad P_{18} = 6,4024 \cdot 10^{15}$$

$$\textcircled{4} \quad C_{99,7} = 1,4887 \cdot 10^{10}$$

$$\textcircled{5} \quad P_{50}^{20,20,10} = 1,4160 \cdot 10^{21}$$

$$\textcircled{6} \quad VR_{3,169} = 4,300 \cdot 10^{80}$$

## Comentario

El número de posiciones legales, es decir, que no incumplen ninguna de las normas del juego, del problema (6) es, según el programa de ordenador escrito por el científico de la computación neerlandés John Tromp:

37249792307686396442294904767024517674249157948208717533254799550970595875237705