Aplicación de logaritmos en la función exponencial

El uso de logaritmos permite el cálculo preciso de valores de la variable independiente en una función exponencial conocido el valor correspondiente de la variable dependiente. Estamos aprovechando que las funciones exponencial y logarítmica son inversas una de la otra.

Enunciado

Un grupo de investigación biológica recibe el encargo de un gobierno de reintroducir una especie animal en una zona del país de la que se extinguió. El grupo consigue reunir un grupo viable de 400 ejemplares obtenidos en el extranjero y calculan que su población puede aumentar un 25 % cada dos años. Se pide:

a) Describe la función que relaciona el tiempo trascurrido con el número de ejemplares de la especie animal que viven en esa zona del país.

b) Calcula cuánto tiempo debe pasar para que la población de animales sea de 2000 ejemplares. Da el resultado en años redondeando a la unidad.

Resolución

a)

Variable	**Magnitud**	**Nombre**	**Unidad**
Independiente	Tiempo trascurrido	x	año
Dependiente	Número de animales	y	(sin unidad)

Para determinar la expresión analítica observamos que para aumentar una cantidad un 25 % hay que multiplicarla por 1,25. Así pues, necesitamos utilizar una función exponencial de base 1,5 en la que el exponente aumente una unidad cada 2 años. Como la función exponencial valdrá 1 para $x = 0$, debemos multiplicarla por el valor con el que comienza la actuación biológica. Por tanto:

Expresión analítica: $y = 400 \cdot 1{,}25^{\frac{x}{2}}$

b) Tras «x» años, el número de animales será 2000: $2000 = 400 \cdot 1{,}25^{\frac{x}{2}}$

Resolvemos la ecuación exponencial:

$$2000 = 400 \cdot 1{,}25^{\frac{x}{2}} \Rightarrow 1{,}25^{\frac{x}{2}} = 500 \Rightarrow \frac{x}{2} = \log_{1{,}25} 500 \Rightarrow x = 2 \cdot \log_{1{,}25} 500 = 56$$

Calculadora: 2 × ln 5 0 0 ÷ ln 1 . 2 5 = ⇨ 55.70053951

Solución: 56 años

Lince ibérico	Oso pardo europeo	Bisonte americano