## Logaritmos de algunas operaciones

Las propiedades de los logaritmos que históricamente han sido más importantes son aquellas que permiten simplificar expresiones con productos, cocientes, potencias y raíces. Se siguen usando hoy en día porque son muy efectivas.

### Logaritmo de un producto

El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores.

Expresado simbólicamente: $\log_a(rs) = \log_a r + \log_a s$

**Demostración**

Usamos la definición de logaritmo: elevamos «a» a «$\log_a r+\log_a s$» y comprobamos que obtenemos «rs»: $a^{\log_a r+\log_a s} = a^{\log_a r}\cdot a^{\log_a s} = rs$.

**Ejemplo 1**: $\log_5(13\cdot 57) = \log_5 13 + \log_5 57$

### Logaritmo de un cociente

El logaritmo de un cociente es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor.

Expresado simbólicamente: $\log_a(r:s) = \log_a r - \log_a s$

**Demostración**

Usamos la definición de logaritmo: elevamos «a» a «$\log_a r-\log_a s$» y comprobamos que obtenemos «r:s»: $a^{\log_a r-\log_a s} = a^{\log_a r}:a^{\log_a s} = r:s$.

**Ejemplo 2**: $\log_7(43:13) = \log_7 43 - \log_7 13$

### Logaritmo de una potencia

El logaritmo de una potencia es igual al exponente por el logaritmo de la base.

Expresado simbólicamente: $\log_a(r^n) = n\cdot\log_a r$

**Demostración**

Usamos la definición de logaritmo: elevamos «a» a «$n\cdot\log_a r$» y comprobamos que obtenemos «$r^n$»: $a^{n\cdot\log_a r} = (a^{\log_a r})^n = r^n$.

**Ejemplo 3**: $\log_3(17^5) = 5\cdot\log_3 17$

### Logaritmo de una raíz

El logaritmo de una raíz es igual al logaritmo de la cantidad subradical dividida entre el índice.

Expresado simbólicamente: $\log_a \sqrt[n]{r} = \dfrac{\log_a r}{n}$

**Demostración**

Escribimos la raíz como una potencia y aplicamos la propiedad del logaritmo de una potencia: $\log_a \sqrt[n]{r} = \log_a r^{\frac{1}{n}} = \dfrac{1}{n}\cdot\log_a r = \dfrac{\log_a r}{n}$

**Ejemplo 4**: $\log_2 \sqrt[3]{11} = \dfrac{\log_2 11}{3}$

### Ejemplo 5

Enunciado: simplifica al máximo la expresión $\log_2(p^3\cdot q^5)$

Resolución: $\log_2(p^3\cdot q^5) = \log_2 p^3 + \log_2 q^5 = 3\cdot\log_2 p + 5\cdot\log_2 q$

Explicación: primero aplicamos la fórmula del producto y luego la de la potencia.

 