Definición conjuntista de función

En el nivel 3 viste una primera aproximación al concepto de función y en el nivel 4 viste las ideas básicas de la teoría de conjuntos. Es posible utilizar la teoría de conjuntos para definir las funciones de un modo más general.

Sean A y B dos conjuntos cualesquiera y f una manera de relacionar elementos del conjunto A con elementos del B. Se escribe de cualquiera de estas maneras:

$\boxed{f\colon A \to B}$ $\boxed{A \xrightarrow{f} B}$

y se lee «efe de A en B»

A se llama conjunto de partida de la relación y B se llama conjunto de llegada.

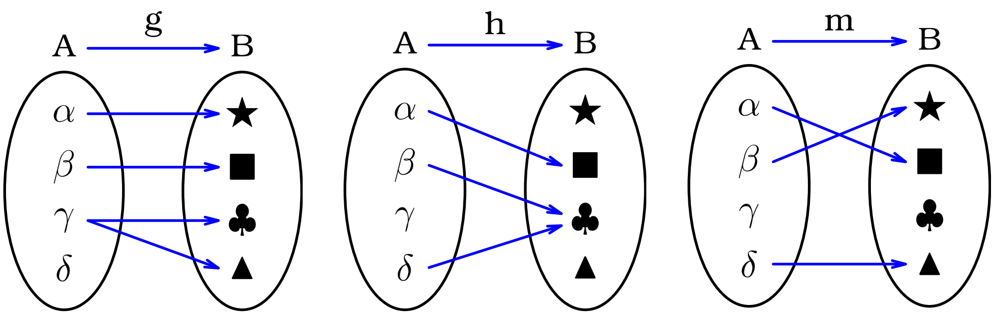
Si f relaciona el elemento $x \in A$ con el elemento $y \in B$, decimos que y es la imagen de x mediante f y escribimos «$y=f(x)$»

Se dice que f es una **función** cuando se verifica la siguiente propiedad:

Si x es un elemento de A que está relacionado con algún elemento de B, entonces solo está relacionado con ese elemento y con ninguno más. Con otras palabras, si un elemento de A tiene alguna imagen en B, solo tiene una.

Ejemplos

Consideramos los conjuntos A={α,β,γ,δ} y B={★,■,♣,▲} y las relaciones entre elementos de A y de B llamadas g, h y m, que definimos con estos diagramas de Euler:



- ✱ Para la relación g: g(α)=★, g(β)=■, g(γ)={♣,▲}, g(δ) no existe.

  La relación g no es una función porque el elemento γ tiene más de una imagen. Realmente g es lo que se llama una correspondencia, aunque las correspondencias no se estudian en la educación secundaria.
- ✱ Para la relación h: h(α)=■, g(β)=♣, g(γ) no existe, g(δ)=♣.

  La relación h es una función, no importa que γ no tenga imagen.
- ✱ Para la relación m: m(α)=■, m(β)=★, m(γ) no existe, m(δ)=▲.

  La relación h es una función, no importa que γ no tenga imagen.

Función inyectiva

Una función es inyectiva cuando cada pareja de elementos distintos del conjunto de partida tienen imágenes diferentes en el conjunto de llegada.

Ejemplos

Usando los conjuntos y funciones anteriores:

- ✱ La función h no es inyectiva porque hay dos elementos de A que tienen la misma imagen en B: g(β)=g(δ)=♣.
- ✱ La función m es inyectiva.

