

Enunciados

Resuelve las siguientes ecuaciones. Da el resultado del modo más sencillo que sea posible (número entero o fracción irreducible).

$$\textcircled{1} 2^{2x-4}=64 \quad \textcircled{2} 3^{1-x^2}-\frac{1}{27}=0 \quad \textcircled{3} 125^{\frac{x}{2}}=\sqrt[5]{25^{x-1}} \quad \textcircled{4} 61^{x^2-9}=1 \quad \textcircled{5} 2^{x+8}=-1$$

Resoluciones

Vemos que en las ecuaciones de (1) a (4) es sencillo conseguir que haya un término en cada miembro y escribirlos ambos como potencias de la misma base.

① Hay que escribir 64 como una potencia de 2: $64 = 2^6$

$$2^{2x-4}=64 \Rightarrow 2^{2x-4}=2^6 \Rightarrow 2x-4=6 \Rightarrow 2x=10 \Rightarrow x=5$$

Solución: $x = 5$

② Hay que pasar al segundo miembro la fracción $\frac{1}{27}$ y escribirla como una potencia de 3.

$$3^{1-x^2}-\frac{1}{27}=0 \Rightarrow 3^{1-x^2}=\frac{1}{27} \Rightarrow 3^{1-x^2}=3^{-3} \Rightarrow 1-x^2=-3 \Rightarrow -x^2=-4 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{4} \Rightarrow x = \begin{cases} -2 \\ 2 \end{cases}$$

$$\text{Solución: } x = \begin{cases} -2 \\ 2 \end{cases}$$

③ Tanto 25 como 125 se pueden escribir como potencias de 5. Además, la raíz se puede escribir como potencia. Así que buscaremos escribir una potencia de 5 en cada miembro.

$$125^{\frac{x}{2}}=\sqrt[5]{25^{x-1}} \Rightarrow (5^3)^{\frac{x}{2}}=(5^2)^{\frac{x-1}{5}} \Rightarrow 5^{\frac{3x}{2}}=5^{\frac{2(x-1)}{5}} \Rightarrow \frac{3x}{2}=\frac{2(x-1)}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 \cdot 3x = 2 \cdot 2(x-1) \Rightarrow 15x = 4x-4 \Rightarrow 11x = -4 \Rightarrow x = -\frac{4}{11}$$

$$\text{Solución: } x = -\frac{4}{11}$$

④ Es posible escribir 1 como una potencia de cualquier base. Basta usar 0 como exponente: $1 = 61^0$.

$$61^{x^2-9}=1 \Rightarrow 61^{x^2-9}=61^0 \Rightarrow x^2-9=0 \Rightarrow x^2=9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} \Rightarrow x = \begin{cases} -3 \\ 3 \end{cases}$$

$$\text{Solución: } x = \begin{cases} -3 \\ 3 \end{cases}$$

⑤ Sin solución, ya que es imposible que una potencia de base 2 dé como resultado un número negativo.