

Funciones definidas a trozos importantes en matemáticas

Algunas funciones comunes en matemáticas se definen correctamente como funciones definidas a trozos.

La función valor absoluto

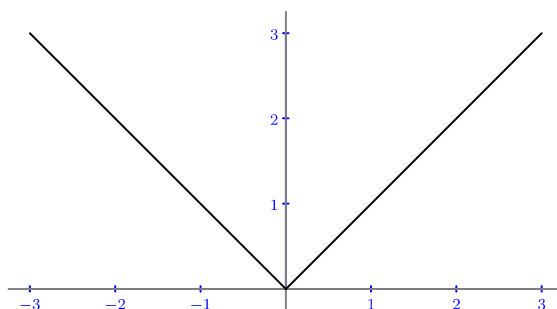
Te mostramos varias maneras, completamente equivalentes, de definir la función real de variable real valor absoluto:

$$|x| = \begin{cases} -x & \text{si } x \in (-\infty, 0) \\ x & \text{si } x \in [0, \infty) \end{cases} \quad \left| \quad |x| = \begin{cases} -x & \text{si } x \in (-\infty, 0] \\ x & \text{si } x \in (0, \infty) \end{cases} \quad \left| \quad |x| = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

La diferencia entre la primera y la segunda definición estriba solamente en cómo se define la función para $x=0$. Es indiferente usar una y otra porque $-0=0$.

Esta definición suele sorprender al principio, porque parece extraño usar la expresión analítica « $-x$ » para los números negativos, pero tiene perfecto sentido. Lo vemos calculando con ella el valor absoluto de -5 : $|-5| = -(-5) = 5$.

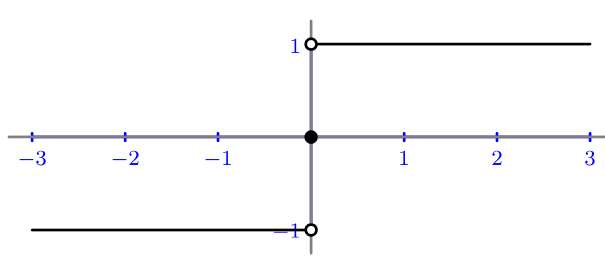
Esta función se utiliza a menudo para estudiar propiedades de las funciones debido al hecho de que presenta un «pico» en el punto $(0,0)$:



La función signo

Sabemos que un número real puede ser positivo, negativo o nulo. Pero muchas veces resulta necesario asignar un número concreto a esa característica, por eso se define la función signo (abajo a la izquierda):

$$\text{sg}(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x \in (-\infty, 0) \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ 1 & \text{si } x \in (0, \infty) \end{cases}$$



Vemos arriba a la derecha la representación gráfica de esta función, que presenta un punto aislado en el punto $(0,0)$.

Función característica de un subconjunto de números reales

Es la función que vale 1 cuando un número real pertenece al subconjunto y 0 cuando no pertenece. Como ejemplo, vemos la definición y la representación gráfica de la función característica del intervalo $[-2,2)$:

$$C(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in [-2, 2) \\ 0 & \text{si } x \notin [-2, 2) \end{cases}$$

