

Funciones definidas a trozos en la vida real

Se usan funciones definidas a trozos en la vida real cuando se desea dar tratamientos diferentes a un dato según sea su valor, pero de un modo muy sencillo de entender, casi siempre usando funciones constantes en cada intervalo de definición.

Ejemplo 1: precio según la cantidad

En muchas situaciones el precio de un servicio depende de la cantidad de material que se desea usar o comprar; la idea del que ofrece el servicio es ofrecer descuentos cuando se usan cantidades mayores del servicio; por ejemplo: dejar un vehículo en un aparcamiento, solicitar copias impresas de un documento o fabricar placas de circuitos impresos.

Por concretar, vemos un ejemplo de las tarifas por página que aplica una empresa por enviar a domicilio copias impresas de un documento enviado por internet, según sea el número de páginas solicitado:

De 1 a 99: 0,15 €	De 100 a 399: 0,10 €	400 o más: 0,075 €
-------------------	----------------------	--------------------

Definimos matemáticamente esta función racional de variable natural:

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}, \text{ definida como } f(x) = \begin{cases} 0,15 & \text{si } x \in [1, 99] \\ 0,1 & \text{si } x \in [100, 399] \\ 0,075 & \text{si } x \in [400, \rightarrow) \end{cases}$$

Resulta muy curioso observar cómo, con muchas de estas tarifas, puede resultar más barato en la factura final pedir más cantidad que menos. Con los datos anteriores, pedir 350 páginas cuesta $350 \cdot 0,1 = 35$ € pero pedir 400 páginas cuesta $400 \cdot 0,075 = 30$ €.

Ejemplo 2: impuestos según las ganancias

Casi todos los países democráticos aplican una política de recaudación de impuestos orientada a que quienes ganan más paguen más, pero no solo considerando la cantidad final que pagan, algo que sería obvio, sino que paguen un porcentaje mayor de sus ganancias. Esto se conoce como progresividad en los impuestos.

Por poner un ejemplo concreto, mostramos (de modo simplificado) la tabla correspondiente al porcentaje de cada euro que había que pagar en España en 2025 por el impuesto sobre la renta de las personas físicas (IRPF):

De 0 € a 12 450 €: 19 %	De 20 200 € a 35 200 €: 30 %	De 60 000 € a 300 000 €: 45 %
De 12 450 € a 20 200 €: 24 %	De 35 200 € a 60 000 €: 37 %	Más de 300 000 €: 47 %

Vemos claramente que es una función definida a trozos, aunque resulta un poco confusa de aplicar para saber cuánto se paga realmente, porque en casi todos los casos hace falta aplicar varios tramos.

Por ejemplo, si una persona ganara 34 200 euros en el año 2025, pagaría:

Por los primeros 12 450 €: $12\,450 \cdot 19\% = 2365,5$ €

Por los siguientes 7750 € (obtenidos de $20\,200 - 12\,450$): $7750 \cdot 24\% = 1860$ €

Por los últimos 14 000 € (obtenidos de $34\,200 - 20\,200$): $14\,000 \cdot 30\% = 4200$ €

Lo que suma un total de $2365,5 + 1860 + 4200 = 8425,5$ €