

Enunciado

Representa gráficamente la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{2} & \text{si } x \in (\leftarrow, -1] \\ -2x+1 & \text{si } x \in (-1, 1) \\ x-2 & \text{si } x \in (1, 3) \\ -x+4 & \text{si } x \in [3, 5] \end{cases}$

Explicación

Para calcular valores de la función es necesario utilizar cuatro expresiones analíticas, a las que asignamos diferentes subíndices para facilitar las explicaciones:

$f_1(x) = \frac{x+3}{2}$	$f_2(x) = -2x+1$	$f_3(x) = x-2$	$f_4(x) = -x+4$
--------------------------	------------------	----------------	-----------------

Los valores de «x» más importantes para realizar la gráfica son los puntos de cambio de expresión analítica: -1, 1 y 3. En ellos calcularemos los valores de las dos expresiones analíticas que tienen a los lados, aunque la función no esté definida en alguno de ellos, ya que así sabremos hasta dónde llega la línea de la gráfica de la función. Otros puntos importantes son algunos a la izquierda del primer intervalo de definición (usaremos el valor -5) y el último punto del último intervalo, 5.

- * $f(-5) = f_1(-5) = -1 \rightarrow$ el punto $(-5, -1) \in \text{Gr}(f)$, aunque no hay que señalarlo de ninguna manera especial, porque la gráfica continúa indefinidamente hacia la izquierda.
- * $f_1(-1) = 1$ y $f_2(-1) = 3 \rightarrow$ marcaremos el punto $(-1, 1)$ grueso relleno y marcaremos grueso hueco el punto $(-1, 3)$. Observa que $f(-1) = 1$, así que $(-1, 1) \in \text{Gr}(f)$, pero $(-1, 3) \notin \text{Gr}(f)$.
- * $f_2(1) = -1$ y $f_3(-1) = -1 \rightarrow$ Las gráficas de f_2 y f_3 coinciden en el punto $(-1, -1)$, pero este no pertenece a la gráfica, así que lo marcaremos grueso hueco.
- * $f_3(3) = 1$ y $f_4(3) = 1 \rightarrow$ Las gráficas de f_3 y f_4 coinciden en el punto $(3, 1)$, que pertenece a la gráfica, así que no se marca de ninguna manera, puesto que no hay ninguna duda; simplemente, será un punto «con un pico», por así decir.
- * $f(5) = f_4(5) = -1 \rightarrow$ el punto $(5, -1) \in \text{Gr}(f)$ y lo marcaremos grueso relleno para indicar que la gráfica ya no continúa hacia la derecha.

Como las cuatro expresiones analíticas son funciones lineales, sus gráficas son líneas rectas, así que podemos terminar la gráfica sencillamente uniendo los extremos de cada uno de los cuatro segmentos. Si alguna expresión analítica fuera más complicada, habría que estudiarla en particular, como haremos más adelante.

Solución