

**Enunciado**

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: 
$$\begin{cases} \frac{x}{y} = 2 \\ x^2 - y^2 = 6x \end{cases}$$

**Comentario**

Está claro que vamos a eliminar el denominador de la primera ecuación para dejarla como « $x=2y$ », lo que nos llevará a un sistema de ecuaciones no lineal que ya sabemos resolver. Lo importante de este ejemplo será la comprobación de la **validez** de las soluciones obtenidas.

**Resolución**

Eliminamos el denominador de la primera ecuación y luego utilizamos el método de sustitución despejando « $x$ » en la primera ecuación:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = 2 \\ x^2 - y^2 = 6x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ (2y)^2 - y^2 = 6(2y) \end{cases} \Rightarrow 4y^2 - y^2 = 12y \Rightarrow 3y^2 - 12y = 0 \Rightarrow y^2 - 4y = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y(y-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow y = \begin{cases} 0 \\ 4 \end{cases}$$

Para cada valor obtenido para la incógnita « $y$ » hay que calcular el valor correspondiente de la incógnita « $x$ ».

$$x = 2y \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \Rightarrow x = 2 \cdot 0 = 0 \\ y = 4 \Rightarrow x = 2 \cdot 4 = 8 \end{cases}$$

Hemos llegado hasta el momento a dos posibles soluciones:  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ ,  $\begin{cases} x = 8 \\ y = 4 \end{cases}$

Comprobamos en el sistema original si cada una de las soluciones es válida o no. Para ser válida, no se puede anular ningún denominador.

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \text{No es válida porque se anula el único denominador del sistema.}$$

$$\begin{cases} x = 8 \\ y = 4 \end{cases} \rightarrow \text{Sí es válida porque no se anula el único denominador del sistema.}$$

$$\text{Solución: } \begin{cases} x = 8 \\ y = 4 \end{cases}$$

**Observación 1:** Si lo deseamos, podemos, además, comprobar la corrección de la solución. Para ser correcta se deben verificar las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{8}{4} = 2 \quad \checkmark \\ 8^2 - 4^2 = 6 \cdot 8 \quad \checkmark \end{cases} \quad \text{La solución es correcta.}$$

**Observación 2:** La pareja de valores  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$  no es solución del sistema propuesto,

aunque sí lo es del sistema  $\begin{cases} x = 2y \\ x^2 - y^2 = 6x \end{cases}$