

Enunciados

Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

$$\textcircled{1} \begin{cases} 3(x-2) - \frac{x+1}{2} \leq 1 \\ (x+2)^2 - (x-2)^2 \geq 6(x+1) \end{cases} \quad \textcircled{2} \begin{cases} (x+2)(x-3) \geq x^2 - 8 \\ \frac{x+3}{2} - \frac{3(x+5)}{4} \leq x-1 \end{cases} \quad \textcircled{3} \begin{cases} 2x+5 > 3x+9 \\ (x+3)^2 > x^2+3x \end{cases}$$

Resoluciones

① Resolvemos independientemente cada una de las ecuaciones del sistema:

$$3(x-2) - \frac{x+1}{2} \leq 1 \Rightarrow 6(x-2) - (x+1) \leq 2 \Rightarrow 6x - 12 - x - 1 \leq 2 \Rightarrow 6x - x \leq 2 + 12 + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5x \leq 15 \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow x \in (-, 3]$$

$$(x+2)^2 - (x-2)^2 \geq 6(x+1) \Rightarrow x^2 + 4x + 4 - (x^2 - 4x + 4) \geq 6x + 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 - x^2 + 4x - 4 \geq 6x + 6 \Rightarrow 4x + 4x - 6x \geq 6 - 4 + 4 \Rightarrow 2x \geq 6 \Rightarrow x \geq 3 \Rightarrow x \in [3, \rightarrow)$$

Calculamos la intersección de las semirrectas:

$$(-, 3] \cap [3, \rightarrow) = \{3\}$$

Solución: $x=3$

② Resolvemos independientemente cada una de las ecuaciones del sistema:

$$(x+2)(x-3) \geq x^2 - 8 \Rightarrow x^2 - 3x + 2x - 6 \geq x^2 - 8 \Rightarrow -3x + 2x \geq -8 + 6 \Rightarrow -x \geq -2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \leq 2 \Rightarrow x \in (-, 2]$$

$$\frac{x+3}{2} - \frac{3(x+5)}{4} \leq x-1 \Rightarrow 2(x+3) - 3(x+5) \leq 4x-4 \Rightarrow 2x+6-3x-15 \leq 4x-4 \Rightarrow$$

$$2x-3x-4x \leq -4-6+15 \Rightarrow -5x \leq 5 \Rightarrow x \geq -1 \Rightarrow x \in [-1, \rightarrow)$$

Calculamos la intersección de las semirrectas:

$$(-, 2] \cap [-1, \rightarrow) = [-1, 2]$$

Solución: $x \in [-1, 2]$

③ Resolvemos independientemente cada una de las ecuaciones del sistema:

$$2x+5 > 3x+9 \Rightarrow 2x-3x > 9-5 \Rightarrow -x > 4 \Rightarrow x < -4 \Rightarrow x \in (-, -4)$$

$$(x+3)^2 > x^2+3x \Rightarrow x^2+6x+9 > x^2+3x \Rightarrow 6x-3x > -9 \Rightarrow 3x > -9 \Rightarrow x > -3 \Rightarrow x \in (-3, \rightarrow)$$

Calculamos la intersección de las semirrectas:

$$(-, -4) \cap (-3, \rightarrow) = \emptyset$$

Solución: el sistema no tiene solución

Consejo

Cuando resuelvas inecuaciones debes ser especialmente cuidadoso con los posibles cambios de sentido de las desigualdades. Un pequeño error te puede llevar en el sentido contrario del correcto.

