

Resolución de sistemas de inecuaciones de primer grado con una incógnita

Son necesarios dos pasos:

Paso 1. Resolvemos independientemente cada una de las ecuaciones que forman el sistema y escribimos cada solución como semirrecta.

Paso 2. La solución del sistema será la intersección de todas las semirrectas obtenidas en el paso anterior.

Posibilidades de la solución

Ya que la solución del sistema será la intersección de dos o más semirrectas, hay cuatro posibilidades para la solución:

- * El sistema no tiene ninguna solución porque las semirrectas tienen intersección vacía.
- * El sistema tiene una única solución porque la intersección de las semirrectas es un solo punto de la recta real.
- * La solución del sistema es un intervalo.
- * La solución del sistema es una semirrecta.

Ejemplos

Vamos a ver las cuatro posibilidades para la solución partiendo de sistemas de inecuaciones especialmente sencillos; más adelante, verás ejemplos más complejos.

Enunciados

Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

$$\textcircled{1} \begin{cases} x > 3 \\ x < 2 \end{cases} \quad \textcircled{2} \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq 4 \end{cases} \quad \textcircled{3} \begin{cases} x > -2 \\ x \leq 1 \end{cases} \quad \textcircled{4} \begin{cases} x > 5 \\ x \geq 6 \end{cases}$$

Resoluciones

$$\textcircled{1} \begin{cases} x > 3 \\ x < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (3, \rightarrow) \\ x \in (\leftarrow, 2) \end{cases} \Rightarrow x \in (3, \rightarrow) \cap (\leftarrow, 2) = \emptyset$$

Solución: el sistema no tiene ninguna solución.

Observación: por pura lógica vemos que el sistema no puede tener ninguna solución porque no puede haber ningún número que sea, a la vez, mayor que 3 y menor que 2.

$$\textcircled{2} \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in [4, \rightarrow) \\ x \in (\leftarrow, 4] \end{cases} \Rightarrow x \in [4, \rightarrow) \cap (\leftarrow, 4] = \{4\}$$

Solución: $x=4$

$$\textcircled{3} \begin{cases} x > -2 \\ x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (-2, \rightarrow) \\ x \in (\leftarrow, 1] \end{cases} \Rightarrow x \in (-2, \rightarrow) \cap (\leftarrow, 1] = (-2, 1]$$

Solución: $x \in (-2, 1]$

$$\textcircled{4} \begin{cases} x > 5 \\ x \geq 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (5, \rightarrow) \\ x \in [6, \rightarrow) \end{cases} \Rightarrow x \in (5, \rightarrow) \cap [6, \rightarrow) = [6, \rightarrow)$$

Solución: $x \in [6, \rightarrow)$

Observación: también podemos dar la solución como « $x \geq 6$ »; incluso directamente, si observamos que la condición $x \geq 6$ ya implica $x > 5$.