

### Resolución de inecuaciones de primer grado con una incógnita

Despejamos la incógnita (con el cuidado de cambiar el sentido de la desigualdad en los pasos en que sea necesario) para llegar a una desigualdad con la incógnita en el primer miembro, lo que será una expresión de las infinitas soluciones de la inecuación. También podemos dar el resultado interpretando como una semirrecta del conjunto de los números reales la desigualdad obtenida.

#### Enunciados

Resuelve las siguientes inecuaciones:

$$\textcircled{1} \quad 3(x-4)+1 < 4(x-2)$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{x-1}{4} - \frac{1}{3} \geq \frac{5x+7}{6}$$

#### Resoluciones

- ① Eliminamos los paréntesis, pasamos los monomios con incógnita al primer miembro y los monomios sin incógnita al segundo y simplificamos. Ninguno de estos pasos requiere cambiar el sentido de la desigualdad:

$$3(x-4)+1 < 4(x-2) \Rightarrow 3x-12+1 < 4x-8 \Rightarrow 3x-4x < -8+12-1 \Rightarrow -x < 3$$

Para terminar de despejar la incógnita hay que cambiar de signo los dos miembros, lo que conlleva cambiar el sentido de la desigualdad:

$$-x < 3 \Rightarrow x > -3. \text{ Ya hemos llegado a una expresión de la solución.}$$

**Solución:  $x > -3$**

También podemos dar la solución usando una semirrecta:

**Solución:  $x \in (-3, \rightarrow)$**

- ② Eliminamos los denominadores multiplicando todos los términos por 12 (el mínimo común múltiplo de 4, 3 y 6), eliminamos los paréntesis que aparecen, pasamos los monomios con incógnita al primer miembro y los monomios sin incógnita al segundo y simplificamos. Ninguno de estos pasos requiere cambiar el sentido de la desigualdad:

$$\frac{x-1}{4} - \frac{1}{3} \geq \frac{5x+7}{6} \Rightarrow 3(x-1)-4 \geq 2(5x+7) \Rightarrow 3x-3-4 \geq 10x+14 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x-10x \geq 14+3+4 \Rightarrow -7x \geq 21$$

Para terminar de despejar la incógnita hay que dividir entre  $-7$  (número negativo) los dos miembros, lo que conlleva cambiar el sentido de la desigualdad:

$$-7x \geq 21 \Rightarrow x \leq \frac{21}{-7} \Rightarrow x \leq -3. \text{ Ya hemos llegado a una expresión de la solución.}$$

**Solución:  $x \leq -3$**

También podemos dar la solución usando una semirrecta:

**Solución:  $x \in (\leftarrow, -3]$**

#### Observación

Daremos la solución solo de una de las dos maneras posibles, según nos lo pida el enunciado o nos interese para lo que debamos hacer a continuación.