

Operaciones combinadas con polinomios y fracciones algebraicas

Como una fracción algebraica es una división de polinomios indicada (es decir, no calculada), tiene perfecto sentido considerar operaciones combinadas en las que intervengan polinomios y fracciones algebraicas. Cuando aparecen estas operaciones, el objetivo casi siempre es simplificarlas hasta dejarlas del modo más sencillo posible, que puede ser un polinomio (incluyendo la posibilidad de que sea sencillamente un número) o una fracción algebraica irreducible.

Ideas para llegar a la expresión simplificada:

- * Debemos respetar la jerarquía de operaciones, que es la misma que para números enteros.
- * Suele ser conveniente simplificar en cuanto sea posible, antes de seguir realizando más operaciones.
- * A veces es necesario realizar la división de polinomios indicada en una fracción algebraica.

Enunciados

Escribe de la manera más sencilla que sea posible (polinomio o fracción algebraica irreducible) el resultado de las siguientes operaciones:

$$\textcircled{1} \quad (x+1)\left(\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x^2-1}\right) \quad \textcircled{2} \quad \left(1+\frac{1}{x+1}\right):\left(x-\frac{2}{x+1}\right) \quad \textcircled{3} \quad \frac{x^3-1}{x-1}-(x+1)(x-1)$$

Resoluciones

- ① Hay que calcular primero el paréntesis y luego multiplicar.

$$\begin{aligned} (x+1)\left(\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x^2-1}\right) &= (x+1)\cdot\frac{x+1-2}{(x+1)(x-1)} = (x+1)\cdot\frac{x-1}{(x+1)(x-1)} = \\ &= (x+1)\cdot\frac{1}{x+1} = 1. \text{ Solución: } 1 \end{aligned}$$

- ② Hay que calcular primero los dos paréntesis y luego dividir.

$$\begin{aligned} \left(1+\frac{1}{x+1}\right):\left(x-\frac{2}{x+1}\right) &= \frac{x+1+1}{x+1}:\frac{x(x+1)-2}{x+1} = \frac{x+2}{x+1}:\frac{x^2+x-2}{x+1} = \frac{x+2}{x^2+x-2} = \\ &= \frac{x+2}{(x-1)(x+2)} = \frac{1}{x-1} \end{aligned}$$

Para factorizar « x^2+x-2 » hemos averiguado que sus raíces son 1 y -2 .

$$\text{Solución: } \frac{1}{x-1}$$

- ③ En este caso está claro que la fracción algebraica se puede convertir en un polinomio; en otros casos puede costar más esfuerzo darse cuenta.

$$\frac{x^3-1}{x-1}-(x+1)(x-1) = x^2+x+1-(x^2-1) = x^2+x+1-x^2+1 = x+2. \text{ Solución: } x+2$$

Hemos hecho la división mediante la regla de Ruffini, pero en otros casos puede ser necesario usar el método general para dividir polinomios.