

Suma de fracciones algebraicas

Se utiliza el mismo método que para sumar fracciones ordinarias.

Paso previo: si es posible simplificar alguna fracción, casi siempre es conveniente hacerlo antes de empezar la suma.

Paso 1: usando el polinomio mínimo común múltiplo de todos los denominadores, se convierten todas las fracciones a común denominador.

Paso 2: se suman los numeradores con la precaución de que si una fracción algebraica lleva signo negativo, este afecta a todo el numerador.

Paso 3: si es posible, se simplifica la fracción algebraica resultante (no es común).

Es habitual dejar el numerador como polinomio y el denominador como producto de polinomios, ya que ayuda en las operaciones que haya que realizar después.

Enunciados

Escribe como fracción algebraica irreducible el resultado de estas operaciones.

$$\textcircled{1} \quad \frac{2}{x+1} - \frac{4}{x^2-1} - \frac{x-3}{x^2-x}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{5}{x+2} - \frac{4}{x-3}$$

Resoluciones

$\textcircled{1}$ Las tres fracciones son irreducibles, así que pasamos a calcular el polinomio mínimo común múltiplo de los tres denominadores:

$$x^2-1 = (x+1)(x-1) \text{ y } x^2-x = x(x-1), \text{ luego } \text{mcm}(x, x^2-1, x^2-x) = x(x+1)(x-1)$$

Es costumbre escribir a la vez los pasos 2 y 3, porque, si no, habría que escribir varias veces el mismo denominador, que puede ser largo.

Fíjate **detenidamente** en el primer paso, que es el más importante.

$$\begin{aligned} \frac{2}{x+1} - \frac{4}{x^2-1} - \frac{x-3}{x^2-x} &= \frac{2x(x-1) - 4x - (x-3)(x+1)}{x(x+1)(x-1)} = \\ &= \frac{2x^2 - 2x - 4x - (x^2 + x - 3x - 3)}{x(x+1)(x-1)} = \frac{2x^2 - 6x - x^2 - x + 3x + 3}{x(x+1)(x-1)} = \\ &= \frac{2x^2 - 6x - x^2 - x + 3x + 3}{x(x+1)(x-1)} = \frac{x^2 - 4x + 3}{x(x+1)(x-1)} = \frac{(x-1)(x-3)}{x(x+1)(x-1)} = \frac{x-3}{x(x+1)} \end{aligned}$$

Hemos calculado que las raíces de « x^2-4x+3 » son «1» y «3»

$$\text{Solución: } \frac{x-3}{x(x+1)}$$

$\textcircled{2}$ Operaciones sencillas como esta aparecen mucho más a menudo que las más complicadas; vemos que el mínimo común múltiplo de los denominadores es sencillamente su producto y que no hay simplificación posible, ni antes ni después de sumar.

$$\frac{5}{x+2} - \frac{4}{x-3} = \frac{5(x-3) - 4(x+2)}{(x+2)(x-3)} = \frac{5x - 15 - 4x - 8}{(x+2)(x-3)} = \frac{x-23}{(x+2)(x-3)}$$

$$\text{Solución: } \frac{x-23}{(x+2)(x-3)}$$