

Ecuaciones bicuadradas

Llamamos así a las ecuaciones que tienen este aspecto:

$$ax^4+bx^2+c=0$$

Es decir, son ecuaciones de cuarto grado que no tienen monomio de grado 3 ni de grado 1.

Método de resolución

El método para resolver las ecuaciones cuadráticas es muy interesante porque introduce una nueva idea: se llama método de **cambio de variable**. Consiste en convertir la ecuación con la incógnita «x» en una ecuación más sencilla con una incógnita distinta. Antes de seguir leyendo piensa tú mismo cuál podría ser la relación entre «x» y la nueva incógnita.

Utilizamos una nueva incógnita con cualquier nombre que nos guste. Aquí vamos a llamarla «z». La relación entre «x» y «z» es esta: $z=x^2$. Aplicando ese cambio de variable, la ecuación cambia de forma:

$$ax^4+bx^2+c=0 \Rightarrow a(x^2)^2+bx^2+c=0 \Rightarrow az^2+bz+c=0$$

La ecuación se ha simplificado, que es el objetivo del cambio de variable.

Ahora se resuelve la ecuación de segundo grado con la incógnita «z» para obtener sus soluciones (recuerda: puede tener ninguna, una o dos soluciones).

Una vez conocido el valor de la incógnita «z», queda calcular los valores de la incógnita «x»; para ello hay que **deshacer el cambio**, lo que ya es muy sencillo.

Ejemplo

Enunciado: resuelve la ecuación $x^4-10x^2+9=0$.

Resolución

Hacemos el cambio de incógnita $z=x^2$

$$x^4-10x^2+9=0 \Rightarrow (x^2)^2-10x^2+9=0 \Rightarrow z^2-10z+9=0$$

Resolvemos la nueva ecuación:

$$z^2-10z+9=0 \Rightarrow z = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm 8}{2} = \begin{cases} 9 \\ 1 \end{cases}$$

Ahora sabemos que z^2 puede valer 9 o 1. Por tanto, para calcular «x» hay que resolver independientemente dos ecuaciones:

$$z=9 \Rightarrow x^2=9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \begin{cases} 3 \\ -3 \end{cases}$$

$$z=1 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{1} = \begin{cases} 1 \\ -1 \end{cases}$$

Unimos todas las soluciones obtenidas para «x». Es costumbre escribirlas en orden ascendente.

$$\text{Solución: } x = \begin{cases} -3 \\ -1 \\ 1 \\ 3 \end{cases}$$