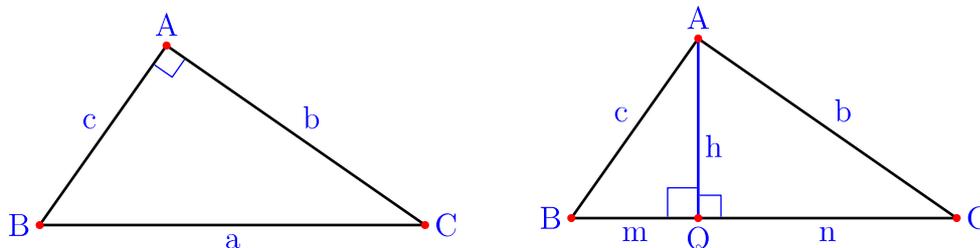


Semejanzas en un triángulo rectángulo

Cuando se traza la altura correspondiente al ángulo recto y a la hipotenusa en un triángulo rectángulo, aparecen dos triángulos rectángulos que son semejantes al triángulo original, lo que permite establecer relaciones numéricas interesantes.

Consideramos el triángulo rectángulo ABC, en el que el ángulo recto está en el vértice A, como se ve en la figura de abajo a la izquierda.



Trazamos la altura correspondiente a la hipotenusa; la altura y la hipotenusa se cortan en un punto que llamamos Q, como se ve en la figura de arriba a la derecha.

- * Los triángulos rectángulos ABC y ABQ son semejantes porque tienen igual el ángulo en el vértice B.
- * Los triángulos rectángulos ABC y AQC son semejantes porque tienen igual el ángulo en el vértice C.
- * Los triángulos ABQ y AQC son semejantes porque ambos son semejantes al triángulo ABC.

Proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa

Usando la notación de las figuras de esta hoja, se dice:

- * El segmento BQ es la proyección del cateto AB sobre la hipotenusa BC.
- * El segmento QC es la proyección del cateto AC sobre la hipotenusa BC.

Teorema de la altura

El cuadrado de la longitud de la altura sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a al producto de las longitudes de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa. Simbólicamente: $h^2 = m \cdot n$.

Demostración

Como los triángulos ABQ y AQC son semejantes, sus lados correspondientes son proporcionales, luego $\frac{h}{m} = \frac{n}{h} \Rightarrow h^2 = m \cdot n$

Teorema del cateto

El cuadrado de la longitud de un cateto es igual al producto de la longitud de la hipotenusa por la longitud de la proyección del cateto sobre la hipotenusa. Simbólicamente: $b^2 = a \cdot n$ y $c^2 = a \cdot m$.

Demostración

Como los triángulos ABC y AQC son semejantes, sus lados correspondientes son proporcionales, luego $\frac{a}{b} = \frac{b}{n} \Rightarrow b^2 = a \cdot n$

Observación: solo hay que demostrar una de las dos igualdades, ya que el enunciado no distingue entre los dos catetos.